

Sammlung Schubert XLIX

---

# Nichteuklidische Geometrie

von

**Dr. Heinrich Liebmann**

a. o. Professor an der Technischen Hochschule in München

Mit 39 Figuren

Zweite, neubearbeitete Auflage



**Berlin und Leipzig**

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.

1912

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>Kapitel I. Das Parallelenpostulat und die Grundlagen der Geometrie</b> . . . . .	1
§ 1. Das euklidische Parallelenpostulat . . . . .	1
§ 2. Ein System von Axiomen (nach Hilbert) . . . . .	4
§ 3. Archimedisches Postulat und Winkelsumme im Dreieck . . . . .	8
§ 4. Zur Geschichte des Parallelenpostulats . . . . .	13
§ 5. Sätze, die vom Parallelenpostulat unabhängig sind	16
<b>Kapitel II. Hyperbolische Elementargeometrie</b> . . . . .	21
§ 6. Definition und Grundeigenschaft der hyperbolischen Parallelen . . . . .	21
§ 7. Die Nichtschneidenden. Einteilung der Strahlenbüschel . . . . .	25
§ 8. Schnittpunktsätze für das Dreieck . . . . .	29
§ 9. Anwendungen auf Konstruktionen . . . . .	33
§ 10. Die komplementären Figuren und ihre Anwendung	37
§ 11. Die Zyklen und die Kreisgeometrie . . . . .	43
§ 12. Der Inhalt des Dreiecks . . . . .	50
§ 13. Grundlagen der hyperbolischen Raumgeometrie . . . . .	56
<b>Kapitel III. Hyperbolische Trigonometrie</b> . . . . .	65
§ 14. Der Grenzkreis und die Beziehung zwischen komplementären Strecken . . . . .	65
§ 15. Trigonometrische Formeln . . . . .	71
§ 16. Beziehungen zur euklidischen Geometrie und zur Geometrie auf der imaginären Kugel . . . . .	82
<b>Kapitel IV. Längen- und Inhaltmessungen mit Anwendung von Integralen</b> . . . . .	88
§ 17. Rektifikation der Zyklen . . . . .	88
§ 18. Flächeninhaltbestimmungen in der hyperbolischen Ebene . . . . .	92
§ 19. Der Inhalt von Dreiecken . . . . .	96
§ 20. Die Sphären und Kegel . . . . .	98
§ 21. Das Tetraeder . . . . .	105
§ 22. Das Bogenelement und die Abbildung auf die Flächenkonstanten negativen Krümmungsmaßes . . . . .	109
<b>Kapitel V. Die analytische Geometrie der hyperbolischen Ebene und ihre Darstellung in der euklidischen Ebene</b> . . . . .	114
§ 23. Die Weierstraßschen Koordinaten . . . . .	114
§ 24. Bewegungen und Invarianten. Schnittpunktsätze . . . . .	119
§ 25. Die Cayley-Kleinsche Maßgeometrie . . . . .	128

	Seite
§ 26. Verallgemeinerung und Anwendungen (Kegelschnitte)	136
§ 27. Zusammenhang mit der Kreisgeometrie der euklidischen Ebene . . . . .	144
<b>Kapitel VI. Sphärisch-elliptische Geometrie . . . . .</b>	<b>152</b>
§ 28. Die sphärische Geometrie . . . . .	152
§ 29. Die Trigonometrie der $S_2$ . . . . .	158
§ 30. Die Geometrie des sphärischen Raumes . . . . .	164
§ 31. Verschiedene Abbildung der $S_2$ und die elliptische Geometrie . . . . .	170
§ 32. Analytische Darstellung und Abbildung der sphärisch-elliptischen Raumgeometrie . . . . .	177
§ 33. Die Studysche Abbildung der Geraden des elliptischen Raumes . . . . .	186
<b>Kapitel VII. Nichteuklidische Mechanik . . . . .</b>	<b>195</b>
§ 34. Die nichteuklidische Statik . . . . .	195
§ 35. Die dynamischen Differentialgleichungen . . . . .	199
§ 36. Die dem Newtonschen Potential entsprechenden Potentiale . . . . .	203
§ 37. Die Planetenbewegung in der nichteuklidischen Geometrie . . . . .	207
§ 38. Das Relativitätsprinzip und die hyperbolische Geometrie . . . . .	213
<b>Sachregister . . . . .</b>	<b>220</b>

---