

# STATISTISCHE ANALYSEN

## Mathematische Methoden der Planung und Auswertung von Versuchen

von Dr. sc. nat. VOLKER NOLLAU

mit einem Anhang ALGOL-Programme  
von Dr. rer. nat. ANDREAS HAHNEWALD-BUSCH

2. Auflage

Mit 3 Bildern und 3 Tafeln



VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG

# Inhaltsverzeichnis

1.	<i>Grundlagen</i> . . . . .	11
1.1.	Matrizen, Vektoren, Determinanten . . . . .	11
1.2.	Ableitungen von Linearformen und quadratischen Formen . . . . .	20
1.3.	Zufällige Vektoren und mehrdimensionale Normalverteilung . . . . .	28
1.4.	Lineare Transformationen normalverteilter zufälliger Vektoren . . . . .	36
1.5.	Wahrscheinlichkeitsverteilungen zufälliger quadratischer Formen — $\chi^2$ -Verteilung — $F$ -Verteilung. . . . .	40
1.6.	Stichproben und Stichprobenfunktionen — $t$ -Verteilung . . . . .	47
1.7.	Signifikanztests — Punktschätzungen — Konfidenzintervalle. . . . .	50
2.	<i>Das allgemeine lineare Modell der Mathematischen Statistik</i> . . . . .	58
2.1.	Definition und Matrixform des allgemeinen linearen Modells . . . . .	58
2.2.	Die Methode der kleinsten Quadrate als Schätzprinzip . . . . .	63
2.3.	Das GAUSS—MARKOV-Theorem . . . . .	71
2.4.	Reparametrisation . . . . .	83
2.5.	Eine kanonische Darstellung linearer Modelle und eine Punktschätzung für $\sigma^2$ . . . . .	92
2.6.	Einfacher und doppelter $t$ -Test . . . . .	101
2.7.	Konfidenzintervalle für schätzbare Funktionen . . . . .	108
2.8.	Ein Test zum Prüfen linearer Hypothesen . . . . .	113
2.9.	Linearitätstest von R. A. FISHER . . . . .	123
3.	<i>Regressionsanalyse — Modell I</i> . . . . .	129
3.1.	Das Modell der linearen Regression . . . . .	129
3.2.	Punktschätzungen und Konfidenzintervalle für Regressionskoeffizienten und Re- gressionsfunktionen . . . . .	134
3.3.	Tests zum Prüfen von Hypothesen bez. der Regressionskoeffizienten. . . . .	144
3.4.	Lineare Regression mit unterschiedlicher Genauigkeit . . . . .	152
3.5.	Quasilineare Regression . . . . .	156
3.6.	BOX—WILSON-Methode . . . . .	173
4.	<i>Varianzanalyse — Modell I</i> . . . . .	191
4.1.	BARTLETT-Test . . . . .	192
4.2.	Einfache Klassifikation im Modell I . . . . .	194
4.3.	Lineare Kontraste (SCHEFFÉ-Test und EVOP-Programme) . . . . .	202

4.4.	Kreuzklassifikation im Modell I (ohne Wiederholungen) . . . . .	210
4.5.	Additivitätstest von TUKEY . . . . .	218
4.6.	Kreuzklassifikation im Modell I (mit Wiederholungen in gleicher Anzahl) . . . . .	222
4.7.	Kreuzklassifikation im Modell I (mit Wiederholungen in ungleicher Anzahl) . . . . .	229
4.8.	Zweifache hierarchische Klassifikation im Modell I . . . . .	240
5.	<i>Kovarianzanalyse</i> . . . . .	246
5.1.	(1,1)-Klassifikation der Kovarianzanalyse (einfache Klassifikation mit einer Kovariablen) . . . . .	246
5.2.	(2,1)-Klassifikation der Kovarianzanalyse (zweifache Klassifikation ohne Wiederholungen mit einer Kovariablen) . . . . .	254
5.3.	(2,2)-Klassifikation der Kovarianzanalyse (zweifache Klassifikation ohne Wiederholungen mit zwei Kovariablen) . . . . .	259
6.	<i>Diskriminanzanalyse</i> . . . . .	266
6.1.	Diskriminanzanalyse — Typ 2 . . . . .	266
6.2.	Diskriminanzanalyse — Typ $N$ ( $N > 2$ ) . . . . .	277
7.	<i>Varianzanalyse — Modell II</i> . . . . .	283
7.1.	Einfache Klassifikation im Modell II . . . . .	283
7.2.	Kreuzklassifikation im Modell II (mit Wiederholungen in gleicher Anzahl) . . . . .	291
7.3.	Zweifache hierarchische Klassifikation im Modell II . . . . .	296
7.4.	Kreuzklassifikation im gemischten Modell (mit Wiederholungen in gleicher Anzahl) . . . . .	303
8.	<i>Korrelationsanalyse (Regressionsanalyse — Modell II)</i> . . . . .	309
8.1.	Korrelationsanalyse mittels des einfachen Korrelationskoeffizienten . . . . .	309
8.2.	Korrelationsanalyse mittels der partiellen Korrelationskoeffizienten . . . . .	318
8.3.	Korrelationsanalyse mittels der multiplen Korrelationskoeffizienten . . . . .	324
9.	<i>Abschließende Bemerkungen</i> . . . . .	328
	<i>Anhang: ALGOL-Programme</i> . . . . .	330
A 1.	Hinweise für den Benutzer . . . . .	330
A 2.	Programme zur Regressionsanalyse . . . . .	332
A 2.1.	LTEST: Linearitätstest von R. A. FISHER . . . . .	332
A 2.2.	REGRES: Lineare Regressionsanalyse . . . . .	332
A 2.3.	QUASI: Quasilineare Regressionsanalyse . . . . .	335
A 2.4.	VERGLEICH: Vergleich zweier Regressionsgeraden . . . . .	339
A 3.	Programm zur Diskriminanzanalyse: DISKRI . . . . .	342
A 4.	Programme zur Varianzanalyse . . . . .	344
A 4.1.	BTEST: BARTLETT-Test . . . . .	344
A 4.2.	ATEST: Additivitätstest von TUKEY . . . . .	345
A 4.3.	ANOVA: Streuungserlegung, Testgrößen, Punktschätzungen . . . . .	346
A 4.4.	***VARIANZANALYSE***: Rahmenprogramm für A 4.1., A 4.2. und A 4.3. . . . .	354
A 4.5.	STEST: SCHEFFÉ-Test . . . . .	362

---

A 5.	Programm zur Kovarianzanalyse: KOVA . . . . .	363
A 6.	Programme für Matrizenoperationen: MATMAT, MATVEK, VEKMAT, TRAMAT, INVMAT . . . . .	366
A 7.	Tafel I: Quantile $\chi^2_{\beta;n}$ der $\chi^2$ -Verteilungen . . . . .	369
A 8.	Tafel II: Quantile $t_{\beta;n}$ der $t$ -Verteilungen . . . . .	370
A 9.	Tafel III: Quantile $F_{\beta;n_1,n_2}$ der $F$ -Verteilungen . . . . .	371
	Literaturverzeichnis . . . . .	373
	Sachwortverzeichnis . . . . .	376