

# Graphen, Netzwerke und Algorithmen

3., vollständig überarbeitete  
und erweiterte Auflage

von  
Prof. Dr. Dieter Jungnickel  
Universität Augsburg



**Wissenschaftsverlag**  
Mannheim · Leipzig · Wien · Zürich

*When we have not what we like,  
we must like what we have.  
(Bussy-Rabutin)*

## INHALTSVERZEICHNIS

### **1. GRUNDBEGRIFFE DER GRAPHENTHEORIE 17**

- 1.1 Graphen, Untergraphen, Faktoren 18
- 1.2 Wege, Kreise, Zusammenhang, Bäume 22
- 1.3 Eulersche Kreise 31
- 1.4 Hamiltonsche Kreise 33
- ✓ 1.5 Planare Graphen 41
- 1.6 Digraphen 46
- 1.7 Eine Anwendung: Turniere und Ligen 50

### **2. ALGORITHMEN UND KOMPLEXITÄT 55**

- 2.1 Algorithmen 56
- 2.2 Zur Darstellung von Graphen 59
- 2.3 Der Algorithmus von Hierholzer 63
- 2.4 Bemerkungen zur Schreibweise 66
- 2.5 Zur Komplexität von Algorithmen 69
- 2.6 Kreisfreie Digraphen 73
- 2.7 NP-vollständige Probleme 76
- 2.8 Die NP-Vollständigkeit von HC 81

**3. KÜRZESTE WEGE 89**

- 3.1 Kürzeste Wege 89
- 3.2 Endliche metrische Räume 92
- 3.3 Breitensuche und bipartite Graphen 94
- 3.4 Die Bellman-Gleichungen und kreisfreie Digraphen 100
- 3.5 Eine Anwendung: Projektplanung 104
- ✓ 3.6 Der Algorithmus von Dijkstra 108
- 3.7 Eine Anwendung: Taktfahrpläne 114
- 3.8 Der Algorithmus von Floyd-Warshall 117
- 3.9 Kreise negativer Länge 123
- 3.10 Wegalgebren 125

**4. ERZEUGENDE BÄUME 133**

- 4.1 Bäume und Wälder 133
- 4.2 Inzidenzmatrizen 135
- 4.3 Minimale erzeugende Bäume 141
- 4.4 Die Algorithmen von Prim, Kruskal und Boruvka 143
- 4.5 Maximale erzeugende Bäume 152
- 4.6 Steiner-Bäume 154
- 4.7 Restringierte erzeugende Bäume 158
- 4.8 Arboreszenzen und gerichtete Eulersche Kreise 162

**5. DER GREEDY-ALGORITHMUS 169**

- 5.1 Der Greedy-Algorithmus und Matroide 170
- 5.2 Charakterisierungen von Matroiden 172
- 5.3 Matroid-Dualität 179
- 5.4 Der Greedy-Algorithmus als Approximations-Verfahren 181
- 5.5 Minimierung über Unabhängigkeitssystemen 190
- 5.6 Zugängliche Mengensysteme 195

**6. FLÜSSE 201**

- 6.1 Die Sätze von Ford und Fulkerson 201
- 6.2 Der Algorithmus von Edmonds und Karp 209
- 6.3 Geschichtete Netzwerke und Phasen 218
- 6.4 Konstruktion blockierender Flüsse 227
- 6.5 Null-Eins-Flüsse 237
- 6.6 Der Algorithmus von Goldberg und Tarjan 242

**7. KOMBINATORISCHE ANWENDUNGEN 263**

- 7.1 Disjunkte Wege: Der Satz von Menger 263
- 7.2 Korrespondenzen: Der Satz von König 268
- 7.3 Partielle Transversalen: Der Heiratssatz 273
- 7.4 Kombinatorik von Matrizen 281
- 7.5 Zerlegungen: Der Satz von Dilworth 285
- 7.6 Parallelismen: Der Satz von Baranyai 290
- 7.7 Angebot und Nachfrage: Der Satz von Gale und Ryser 294

**8. FÄRBUNGEN 299**

- 8.1 Vergleichbarkeits- und Intervallgraphen 299
- 8.2 Färbungen 303
- 8.3 Kantenfärbungen 306
- 8.4 Cayley-Graphen 310

**9. ZIRKULATIONEN 315**

- 9.1 Zirkulationen und Flüsse 315
- 9.2 Zulässige Zirkulationen 319
- 9.3 Elementare Zirkulationen 327
- 9.4 Minty's Färbungslemma 330
- 9.5 Der Algorithmus von Klein 334

9.6	Der Algorithmus von Busacker und Gowen	338
9.7	Potentiale und $\epsilon$ -Optimalität	342
9.8	Bestimmung optimaler Zirkulationen durch sukzessive Approximation	353
9.9	Eine Polynomiale Refine-Prozedur	358
9.10	Der Algorithmus von Klein II	367
9.11	Einige weitere Probleme	374
<b>10.</b>	<b>NETZWERK-SYNTHESE</b>	<b>377</b>
10.1	Symmetrische Netzwerke	378
10.2	Synthese Äquivalenter Fluß-Bäume	381
10.3	Synthese minimaler Netzwerke	390
10.4	Schnitt-Bäume	397
10.5	Kapazitätserhöhung	402
<b>11.</b>	<b>ZUSAMMENHANGSBEGRIFFE</b>	<b>407</b>
11.1	Mehrfach zusammenhängende Graphen	407
11.2	Tiefensuche	411
11.3	Zweifach zusammenhängende Graphen	415
11.4	Tiefensuche auf Digraphen	423
11.5	Stark zusammenhänge Digraphen	426
11.6	Kantenzusammenhang	431
<b>12.</b>	<b>KORRESPONDENZEN</b>	<b>435</b>
12.1	Das 1-Faktor-Theorem	436
12.2	Zunehmende Wege	439
12.3	Alternierende Bäume und Blüten	444
12.4	Der Algorithmus von Edmonds	453
12.5	Korrespondenzmatroide	472

