

Iterierte Funktionen, Sprachen und Fraktale

von

Henning Fernau

Universität Karlsruhe



Wissenschaftsverlag

Mannheim · Leipzig · Wien · Zürich

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	9
Einführung	15
Neue und wichtige Ergebnisse	16
Ein einführendes Beispiel	19

Teil 1

Grundaussagen dreier mathematischer Theorien

Kapitel 1. Zu formalen Sprachen	31
1.1. Allgemeines	31
1.2. Codes und Bewertungen	37
1.3. ω -Sprachen	51
1.3.1. Allgemeines	51
1.3.2. Reguläre ω -Sprachen	54
1.3.3. ω -Codes	58
Kapitel 2. Zur Topologie metrischer Räume	59
2.1. Von Metriken und Topologien	59
2.2. Konvergenz und Stetigkeit	66
2.3. Vollständigkeit und Kompaktheit	71
2.4. Andere Konzepte	79
2.4.1. Punktweise und gleichmäßige Konvergenz	79
2.4.2. Topologische Dimension	81
Kapitel 3. Zur Maßtheorie	83
3.1. Mengensysteme	83
3.2. Maße und äußere Maße	85
3.2.1. Eigenschaften von Maßen	85
3.2.2. Äußeres Maß und Prämaß	87
3.2.3. Lebesguesches Maß	90
3.2.4. Bernoulli-Bewertungsmaß auf dem Baireschen Raum	90

3.3. Hausdorff-Maß und -Dimension	96
3.3.1. Hausdorff-Maß	96
3.3.2. Hausdorff-Dimension	100

Teil 2

Varianten iterierter Funktionensysteme

Kapitel 4. Iterierte Funktionensysteme	107
4.1. Hinführung und Beispiele	107
4.2. Dimensionen	111
4.3. Eine Modifikation des Baireschen Raumes	120
Kapitel 5. Unendliche Iterierte Funktionensysteme (IIFS)	139
5.1. Verschiedene Definitionen	139
5.1.1. IIFS-Folgen und IIFS-Summen	139
5.1.2. Unendliche iterierte Funktionensysteme	144
5.2. Beispiele und erste Resultate	150
5.2.1. IFS als IIFS	150
5.2.2. 'Echte' IIFS	153
5.2.3. Syntaktische IIFS	156
5.3. Maßtheoretische Ideen von Marion und Haase	165
5.4. Approximation	170
5.4.1. Attraktorenkonvergenz	170
5.4.2. Topologische Deutungen	177
5.5. Algorithmische Aspekte	181
Kapitel 6. Spezialisierungen von IIFS	193
6.1. IIFS und Berechenbarkeits- bzw. Entscheidbarkeitsfragen	193
6.2. Syntaktische IIFS und Anwendungen	203
6.3. Beispiele und Bemerkungen	216
Kapitel 7. Formalsprachliche Ideen zur Theorie der MRFS	229
7.1. Verschiedene äquivalente Definitionen für MRFS-Fraktale	229
7.2. Raum-Zeit-Diagramme von Zellularautomaten als MRFS-Fraktale	237
7.3. Hausdorff-Dimension von MRFS-Fraktalen	243
7.3.1. Anwendung eines Satzes von Choueka	243
7.3.2. Direkte syntaktische Konstruktionen	245
7.3.3. Eigenwertmethode	254

7.4. MRFS-Fraktale mit unterschiedlicher Fein- und Grobstruktur sowie als Multifraktale	257
7.5. IFS mit Kondensation	262
7.6. Nicht-reguläre Sprachen und Ausblick	266
Literaturverzeichnis	269
Anhang	281
Die Programme <code>iifs</code> und <code>riifs</code>	281
<code>iifs</code>	281
<code>riifs</code>	281
Symbolverzeichnis	282
Register	286