

# GRUNDLAGEN DER MATHEMATISCHEN ANALYSE DIGITALER SPEICHERELEMENTE

VON

HOCHSCHULDOZENT DR. SC. TECHN. JÜRGEN MEINHARDT  
DRESDEN

MIT 62 BILDERN UND 5 TAFELN



LEIPZIG 1976

AKADEMISCHE VERLAGSGESELLSCHAFT

GEEST & PORTIG K.-G.

# Inhalt

Formelzeichen	10
1. Das digitale Speicherelement	11
1.1. Der digitale Speicher	11
1.2. Definition des digitalen Speicherelements	11
1.3. Informationswerte und Energie	12
1.4. Die Mindestforderungen für digitale Speicherelemente	12
1.5. Weitere Forderungen	13
2. Aufstellung eines mathematischen Modells des digitalen Speicherelements	14
2.1. Die Variablen $x_i$ des digitalen Speicherelements	14
2.2. Reguläre und absolute dynamische Systeme	15
2.3. Bezeichnungen für spezielle dynamische Systeme	16
2.3.1. Ordnung des Systems	16
2.3.2. Systeme mit einem Freiheitsgrad	17
2.3.3. Einfache und kollektive Systeme	17
2.4. Das digitale Speicherelement im einwirkungsfreien Fall	18
2.5. Die Steuerparameter $s_k(t)$ des digitalen Speicherelements	18
3. Beispiele von digitalen Speicherelementen	21
3.1. Ferritringkerne	21
3.2. Ebene magnetische Dünnschichtelemente	24
3.3. Kryotronspeicherelemente mit gekoppelten Zweigen	26
3.4. Angepaßte Kryotron-Schleifenstromzellen	29
3.5. Tunnelioden-Speicherelemente	31
3.6. Transistor- und Röhren-Flip-Flops	32
4. Analysemethoden für das mathematische Modell	34
4.1. Überblick	34
4.2. Direkte Lösung des Differentialgleichungssystems	34
4.2.1. Die regulären Trajektorien als Darstellungsform für die speziellen Lösungen	34
4.2.2. Lösungsverfahren	35
4.2.2.1. Manuelle grafische und numerische Lösungsverfahren	36
4.2.2.2. Einsatz von elektronischen Digital- und Analogrechnern	36
4.2.2.3. Vereinfachung des Modells zu einem direkt lösbaren Differentialgleichungssystem	36
4.3. Analyse des Stabilitätsverhaltens	37
4.3.1. Die singulären Punkte	37
4.3.2. Die Ljapunowsche Stabilitätsdefinition	37
4.3.3. Das System der 1. Näherung	38
4.3.4. Die allgemeinen Kriterien für die Stabilitätsarten	39
4.3.5. Die Behandlung der unkritischen Fälle	41
4.3.5.1. Stabilitätskriterien für absolute dynamische Systeme 1. Ordnung	41
4.3.5.2. Stabilitätskriterien für absolute dynamische Systeme 2. Ordnung	43
4.3.5.3. Stabilitätskriterien für absolute dynamische Systeme 3. Ordnung	45

4.3.5.4.	Stabilitätskriterien für absolute dynamische Systeme mit einem Freiheitsgrad	48
4.3.5.5.	Das Systemverhalten der unkritischen Fälle in der Umgebung singulärer Punkte	50
4.3.6.	Die Behandlung der kritischen Fälle	52
4.3.6.1.	Stabilitätskriterien für absolute dynamische Systeme 1. Ordnung	53
4.3.6.2.	Zur Behandlung absoluter dynamischer Systeme höherer Ordnung	56
4.3.7.	Die Behandlung der kritischen Fälle bei linearen Systemen	57
4.3.7.1.	Kritische lineare Systeme 1. Ordnung	58
4.3.7.2.	Kritische lineare Systeme 2. Ordnung	59
4.3.7.3.	Zur Behandlung kritischer linearer Systeme höherer Ordnung	61
4.4.	Einzugsgebiete	63
4.4.1.	Absolute dynamische Systeme 1. Ordnung	64
4.4.2.	Absolute dynamische Systeme 2. Ordnung	65
4.4.3.	Zur Behandlung absoluter dynamischer Systeme höherer Ordnung	67
4.5.	Kennlinien	68
4.5.1.	Statische Kennlinien	68
4.5.1.1.	Asymptotisch stabile Kennlinien	68
4.5.1.2.	Nichtasymptotisch stabile Kennlinien	69
4.5.2.	Singularitätenkennlinien	70
4.5.2.1.	Auftragen der $V_i$ über $s_i$	70
4.5.2.2.	Eintragen der $V_i$ in den Phasenraum	71
4.5.2.3.	Höhenliniendarstellung bei zwei Steuerparametern	72
4.5.3.	Bifurkationswerte	74
4.5.3.1.	Bedingungen für Bifurkationswerte	74
4.5.3.2.	Die Ermittlung der Bifurkationswerte	76
4.5.3.3.	Bifurkationswerte mit Kippverhalten	78
4.6.	Dauerschwingungen	78
4.7.	Stabilität bei dauernd wirkenden Störungen	80
4.7.1.	Die Ljapunowsche Definition der Stabilität bei dauernd wirkenden Störungen	80
4.7.2.	Der asymptotisch stabile Fall	81
4.7.2.1.	Störgebiet	81
4.7.2.2.	Gesichertes Einzugsgebiet und Unsicherheitsgebiet	82
4.7.2.3.	Zur Ermittlung des Störgebietes und des gesicherten Einzugsgebietes	84
4.7.3.	Kritische lineare Systeme bei dauernd wirkenden Störungen	86
5.	Mindestforderungen und Modell	88
5.1.	Die Fragestellung	88
5.2.	Haupt- und Nebenvariablen	88
5.3.	Betriebsfälle und Störungen des digitalen Speicherelements	89
5.4.	Bedingungen für den Bereitschaftsfall	91
5.4.1.	Der einwirkungsfreie Fall	91
5.4.2.	Einbeziehung der dauernd wirkenden Störungen	92
5.4.3.	Die Indikatorgebiete	92
5.5.	Bedingungen für den Schreibvorgang	93
5.5.1.	Umschaltformen	93
5.5.2.	Das Zeitverhalten der Steuerparameter	94
5.5.3.	Umschaltbedingungen für idealisiertes Schalten	96
5.5.3.1.	Direktes Umschalten über ein gemeinsames Einzugsgebiet	98
5.5.3.2.	Direktes Umschalten über mehrere Einzugsgebiete	99
5.5.3.3.	Umschalten über einen gemeinsamen Zwischenzustand $Z$	100

5.5.4.	Umschaltbedingungen für reales Schalten .....	101
5.5.4.1.	Einführung von Toleranzgebieten für den Steuerparameter .....	101
5.5.4.2.	Zulassung allmählicher Übergänge für den Steuerparameter .....	102
5.5.4.3.	Statische Kennlinien und Umschaltvorgang .....	102
5.6.	Der Lesevorgang .....	104
5.6.1.	Lesen ohne wesentliche Einwirkung auf den Systemzustand .....	105
5.6.2.	Lesen mit wesentlicher Einwirkung auf den Systemzustand .....	106
6.	Kollektive Systeme .....	107
6.1.	Allgemeine Formulierung der Problematik .....	107
6.2.	Vernachlässigung der Wechselwirkungen .....	108
6.3.	Die summarischen statischen Kennlinien .....	108
6.4.	Das Umschaltverhalten von Ferritringkernen .....	110
6.4.1.	Behandlung als einfaches System .....	110
6.4.2.	Behandlung als kollektives System .....	111
7.	Zur systematischen Behandlung von digitalen Speicherelementen .....	114
Literatur	.....	116
Sachregister	.....	118