

Inhaltsverzeichnis

Vorworte	v
Einleitung	vii
Bezeichnungen und Symbole	xii
1 Grundbegriffe	1
1.1 Mengentheoretische Grundbegriffe	1
1.2 Produktmengen und Relationen	6
1.3 Gruppen	8
1.4 Körper und Ringe	12
1.5 Vektorräume	15
1.6 Lineare Gleichungssysteme	20
1.7 Aufgaben	21
2 Struktur der Vektorräume	23
2.1 Unterräume	24
2.2 Basis und Dimension	27
2.3 Direkte Summen und Struktursatz	36
2.4 Aufgaben	41
3 Lineare Abbildungen und Matrizen	43
3.1 Matrizen	44
3.2 Lineare Abbildungen	53
3.3 Matrix einer linearen Abbildung	60
3.4 Rang einer Matrix	65
3.5 Äquivalenz und Ähnlichkeit von Matrizen	69
3.6 Abbildungsräume und Dualraum	71
3.7 Aufgaben	76
4 Gauß-Algorithmus und lineare Gleichungssysteme	80
4.1 Gauß-Algorithmus	80
4.2 Lösungsverfahren für Gleichungssysteme	90
4.3 Aufgaben	96

5	Determinanten	99
5.1	Permutationen	99
5.2	Multilinearformen	102
5.3	Determinanten von Endomorphismen und Matrizen	106
5.4	Rechenregeln für Determinanten von Matrizen	110
5.5	Anwendungen	117
5.6	Aufgaben	118
6	Eigenwerte und Eigenvektoren	121
6.1	Charakteristisches Polynom und Eigenwerte	121
6.2	Diagonalisierbarkeit von Matrizen	129
6.3	Aufgaben	134
7	Euklidische und unitäre Vektorräume	136
7.1	Skalarprodukte und Hermitesche Formen	136
7.2	Betrag und Orthogonalität	142
7.3	Orthonormalisierungsverfahren	147
7.4	Adjungierte Abbildungen und normale Endomorphismen	152
7.5	Orthogonale und unitäre Abbildungen	161
7.6	Hauptachsentheorem für Hermitesche und symmetrische Matrizen	166
7.7	Aufgaben	173
8	Anwendungen in der Geometrie	177
8.1	Affine Räume	177
8.2	Affine Abbildungen	183
8.3	Kongruenzen und Drehungen	187
8.4	Projektive Räume	198
8.5	Projektivitäten	205
8.6	Projektive Quadriken	208
8.7	Affine Quadriken	214
8.8	Aufgaben	224
9	Ringe und Moduln	227
9.1	Ideale und Restklassenringe	227
9.2	Moduln	231
9.3	Kommutative Diagramme und exakte Folgen	238
9.4	Endlich erzeugte und freie Moduln	240
9.5	Matrizen und lineare Abbildungen freier Moduln	246
9.6	Direkte Produkte und lineare Abbildungen	248
9.7	Aufgaben	259

10 Multilineare Algebra	262
10.1 Multilineare Abbildungen und Tensorprodukte	262
10.2 Tensorprodukte von linearen Abbildungen	270
10.3 Ringerweiterungen und Tensorprodukte	272
10.4 Äußere Potenzen und alternierende Abbildungen	275
10.5 Determinante eines Endomorphismus	280
10.6 Aufgaben	284
11 Moduln über Hauptidealringen	286
11.1 Eindeutige Faktorzerlegung in Hauptidealringen	287
11.2 Torsionsmodul eines endlich erzeugten Moduls	295
11.3 Primärzerlegung	299
11.4 Struktursatz für endlich erzeugte Moduln	302
11.5 Elementarteiler von Matrizen	307
11.6 Aufgaben	327
12 Normalformen einer Matrix	330
12.1 Invariante Unterräume als Moduln über einem Polynomring	330
12.2 Matrizen und direkte Zerlegung	334
12.3 Rationale kanonische Form	336
12.4 Jordansche Normalform	340
12.5 Berechnungsverfahren für die Normalformen	342
12.6 Aufgaben	355
A Hinweise zur Benutzung von Computeralgebrasystemen	358
B Lösungen der Aufgaben	363
B.1 Lösungen zu Kapitel 1	363
B.2 Lösungen zu Kapitel 2	364
B.3 Lösungen zu Kapitel 3	365
B.4 Lösungen zu Kapitel 4	369
B.5 Lösungen zu Kapitel 5	371
B.6 Lösungen zu Kapitel 6	373
B.7 Lösungen zu Kapitel 7	374
B.8 Lösungen zu Kapitel 8	378
B.9 Lösungen zu Kapitel 9	382
B.10 Lösungen zu Kapitel 10	384
B.11 Lösungen zu Kapitel 11	386
B.12 Lösungen zu Kapitel 12	389
Literatur	393
Index	395