

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Einleitung	vii
Symbolverzeichnis	xii
1 Grundbegriffe	1
1.1 Mengentheoretische Grundbegriffe	1
1.2 Produktmengen und Relationen	6
1.3 Gruppen	8
1.4 Körper und Ringe	12
1.5 Vektorräume	15
1.6 Lineare Gleichungssysteme	20
1.7 Aufgaben	22
2 Struktur der Vektorräume	24
2.1 Unterräume	25
2.2 Basis und Dimension	28
2.3 Direkte Summen und Struktursatz	36
2.4 Aufgaben	42
3 Lineare Abbildungen und Matrizen	44
3.1 Matrizen	45
3.2 Lineare Abbildungen	54
3.3 Matrix einer linearen Abbildung	61
3.4 Rang einer Matrix	66
3.5 Äquivalenz und Ähnlichkeit von Matrizen	70
3.6 Abbildungsräume und Dualraum	72
3.7 Aufgaben	77
4 Gauß-Algorithmus und Gleichungssysteme	81
4.1 Gauß-Algorithmus	81
4.2 Lösungsverfahren für Gleichungssysteme	92
4.3 Aufgaben	98

5	Determinanten	101
5.1	Permutationen	101
5.2	Multilinearformen	104
5.3	Determinanten von Endomorphismen und Matrizen	108
5.4	Rechenregeln für Determinanten von Matrizen	112
5.5	Anwendungen	119
5.6	Aufgaben	121
6	Eigenwerte und Eigenvektoren	124
6.1	Charakteristisches Polynom und Eigenwerte	124
6.2	Diagonalisierbarkeit von Matrizen	132
6.3	Aufgaben	137
7	Euklidische und unitäre Vektorräume	139
7.1	Skalarprodukte und Hermitesche Formen	139
7.2	Betrag und Orthogonalität	145
7.3	Orthonormalisierungsverfahren	151
7.4	Adjungierte Abbildungen und normale Endomorphismen	156
7.5	Orthogonale und unitäre Abbildungen	164
7.6	Hauptachsentheorem	169
7.7	Aufgaben	175
8	Anwendungen in der affinen Geometrie	179
8.1	Affine Räume	179
8.2	Affine Abbildungen	185
8.3	Kongruenzen und Drehungen	193
8.4	Quadriken	202
8.5	Aufgaben	214
9	Ringe und Moduln	217
9.1	Ideale und Restklassenringe	217
9.2	Moduln	221
9.3	Kommutative Diagramme und exakte Folgen	228
9.4	Endlich erzeugte und freie Moduln	230
9.5	Matrizen und lineare Abbildungen freier Moduln	236
9.6	Direkte Produkte und lineare Abbildungen	238
9.7	Aufgaben	252
10	Multilineare Algebra	254
10.1	Multilineare Abbildungen und Tensorprodukte	254
10.2	Tensorprodukte von linearen Abbildungen	262
10.3	Ringerweiterungen und Tensorprodukte	264
10.4	Äußere Potenzen und alternierende Abbildungen	266

10.5	Determinante eines Endomorphismus	272
10.6	Tensoralgebra und äußere Algebra	276
10.7	Aufgaben	278
11	Moduln über Hauptidealringen	280
11.1	Eindeutige Faktorzerlegung in Hauptidealringen	281
11.2	Torsionsmodul eines endlich erzeugten Moduls	289
11.3	Primärzerlegung	293
11.4	Struktursatz für endlich erzeugte Moduln	296
11.5	Elementarteiler von Matrizen	301
11.6	Aufgaben	321
12	Normalformen einer Matrix	324
12.1	Invariante Unterräume als Moduln über einem Polynomring	324
12.2	Matrizen und direkte Zerlegung	326
12.3	Rationale kanonische Form	329
12.4	Jordansche Normalform	335
12.5	Berechnungsverfahren für die Normalformen	339
12.6	Aufgaben	349
A	Computeralgebrasysteme	352
B	Lösungen der Aufgaben	364
B.1	Lösungen zu Kapitel 1	364
B.2	Lösungen zu Kapitel 2	365
B.3	Lösungen zu Kapitel 3	366
B.4	Lösungen zu Kapitel 4	370
B.5	Lösungen zu Kapitel 5	372
B.6	Lösungen zu Kapitel 6	374
B.7	Lösungen zu Kapitel 7	375
B.8	Lösungen zu Kapitel 8	378
B.9	Lösungen zu Kapitel 9	381
B.10	Lösungen zu Kapitel 10	383
B.11	Lösungen zu Kapitel 11	385
B.12	Lösungen zu Kapitel 12	388
Literatur		393
Index		395