

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen	9
Kapitel 0. Bemerkungen über Definitionen, Postulate, Sätze und Beweise	11
Kapitel 1. Einige mathematische Objekte	18
§ 1. Matrizen und das Rechnen mit Matrizen	18
§ 2. „Endliche Arithmetik“ (Rechnen mit Restklassen)	23
X § 3. Die komplexen Zahlen	26
X § 4. Funktionen, Abbildungen und Permutationen	30
Aufgaben zu Kapitel 1	38
Kapitel 2. Axiomatisch definierte Systeme: Gruppen, Ringe und Körper	43
§ 5. Abgekürzte Bezeichnungen	43
X § 6. Isomorphismen algebraischer Systeme	51
Aufgaben zu Kapitel 2	56
Kapitel 3. Vektorräume	58
X § 7. Elementare Begriffe und Beispiele	58
X § 8. Dimension, lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Basis	67
X § 9. Unterräume	77
X § 10. Drei einfache Sätze über die Dimension	82
X § 11. Erweiterungen und Einschränkungen auf eine Basis	83
Aufgaben zu Kapitel 3	88
Kapitel 4. Homomorphismen von Vektorräumen	94
> § 12. Definition und Beispiele	94
X § 13. Kern und Bild	96
§ 14. Die Entsprechung zwischen Homomorphismen und Matrizen	103
Aufgaben zu Kapitel 4	113
Kapitel 5. Determinante und Inverse von Matrizen	118
§ 15. Problemstellung	118
§ 15a. Ansätze zu einer Lösung für den allgemeinen Fall	120
§ 16. Eigenschaften und Existenz der Determinante	121
§ 17. Algorithmen zur Berechnung der Determinante	128
§ 18. Die Lösung des Problems	131
Aufgaben zu Kapitel 5	134

Kapitel 6. Anwendungen und Ergänzungen zum Begriff des Vektorraumes	138
✗ § 19. Anwendung der Begriffe „Kern“ und „Bild“	138
✗ § 19a. Ein Anwendung in einem fremden Gebiet: Einfache lineare Differentialgleichungen und die Bedeutung von „Kern“ und „Bild“	151
§ 20. Eigenvektoren und Eigenwerte einer Matrix	154
§ 20a. Der Vorzug des \mathbb{C}^n gegenüber dem \mathbb{R}^n	163
§ 21. Geometrie: Die Begriffe „Länge“ und „Orthogonalität“	164
§ 22. Koordinatentransformationen in der Ebene	173
§ 22a. Die allgemeine Gleichung zweiten Grades	177
Aufgaben zu Kapitel 6	185
Anhang 1. Äquivalenzrelationen, Äquivalenzklassen und Kongruenzen	193
Anhang 2. Vollständige Induktion	197
✗ Anhang 3. Gleichungen mit zu vielen Unbekannten	205
Anhang 4. Berechnung der Inversen einer Matrix	207
Anhang 5. Andere Definitionen der „Determinante“	211
Anhang 6. Gerade und ungerade Permutationen; symmetrische und alternierende Gruppen	214
Anhang 7. $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$	218
✗ Anhang 8. Rechnen mit komplexen Zahlen	223
Anhang 9. Einiges über Kegelschnitte	231
Anhang 10. Schreibweise der symbolischen Logik	235
Anhang 11. Katalog einiger algebraischer Strukturen	240
Lösungen der Aufgaben	245
Index	255