

Kategorien und Funktoren

Einleitung und Überblick

0. Kategorien und Funktoren

0. 1	Definition von Kategorien	1
0. 2	Bezeichnungen	1
0. 3	Andere Definition von Kategorien	2
0. 4	Definition ohne Objekte	2
0. 5	Beispiele	2
0. 6	Funktoren	4
0. 7	Kategorien von Funktoren	5

1. Logik und Mengenlehre

1. 1	Zeichen, Terme, Formeln	6
1. 2	Axiome	7
1. 3	Beweise	7
1. 4	Aussagenlogik	8
1. 5	Einsetzen, Quantoren	8
1. 6	Der Hilbertsche Termoperator	9
1. 7	Endgültige Definition der formalen Theorie	9
1. 8	Mengenlehre	11
1. 9	Axiome der Mengenlehre	11
1.10	Sammelnde Formeln	12
1.11	Schemata der Mengenlehre	13
1.12	Paare	14
1.13	Unendlichkeits- und Auswahlaxiom	14
1.14	Produkte, Abbildungen, Korrespondenzen, Familien	15
1.15	Universen	15
1.16	Starke Mengenlehre	16
1.17	$U \notin U$ und $U = UU$ und $(U \neq \emptyset \Rightarrow N \in U)$ etc.	17
1.18	Vereinbarungen	17

2. Kategorien, Dualität, Funktoren, Natürlichkeit

2. 1	Neue Definition von Kategorien	18
2. 2	Dualitätsprinzip	20
2. 3	Beispiele	22
2. 4	Dualität bei Kategorien	23
2. 5	Teilkategorien	24
2. 6	Funktoren	25
2. 7	Kategorie der Funktoren	27
2. 8	Natürliche Transformationen, die Kategorie Nat	27
2. 9	Diagramme	29

<u>3. Darstellbare Funktoren</u>	33
3. 1 Äquivalenz	33
3. 2 Äquivalenz von Funktoren	34
3. 3 Hom-Funktoren	34
3. 4 Repräsentierbarkeit der Transformation von Hom-Funktoren ..	35
3. 5 Darstellbare Funktoren	36
 <u>4. Einbettungen und Identifizierungen</u>	 38
4. 1 Monomorph, epimorph, bimorph	38
4. 2 \subset_Z (Ordnung durch Bilder), \subset_Q	40
4. 3 \prec_Z (Ordnung durch Zerlegung), Retraktionen	42
4. 4 \prec_Q , Schnitte	43
4. 5 Äquivalenzen	44
4. 6 Dualitäten	45
4. 7 Definition von \subset mit \prec	46
4. 8 Einbettungen	47
4. 9 Teile	48
4.10 Identifizierungen, Quotienten	50
4.11 Beispiele	51
4.12 Einbettungen als repräsentierbare Funktoren	52
 <u>5. Produkte und Coprodukte</u>	 54
5. 1 Produkte von Objekten	54
5. 2 Produkte von Abbildungen	55
5. 3 Produkt als Funktor	57
5. 4 Übertragung von \prec , \subset	58
5. 5 Kommutativität	59
5. 6 Assoziativität	60
5. 7 Beispiele	60
5. 8 Coprodukte	61
5. 9 Matrizen	62
5.10 Diagonale und Codiagonale	64
5.11 Produkte in $\text{Nat}_V(\mathfrak{C}, \mathfrak{D})$	64
 <u>6. Nullmorphisimen</u>	 66
6. 1 Nullfamilien	66
6. 2 Nullobjekte	66
6. 3 $\rho : A * A \longrightarrow A \times A$	68
 <u>7. Addition und Coaddition</u>	 71
7. 1 Additive Objekte und Homomorphismen	71
7. 2 Kommutativität und Assoziativität	72
7. 3 Neutrale, H-Objekte	73
7. 4 H-Objekte und $\rho : A * A \longrightarrow A \times A$	75

7. 5	Gruppenobjekte	76
7. 6	Übergang $(A, a) \longrightarrow (\mathfrak{C}(?, A), +_a)$	78
7. 7	Übergang $\mathfrak{C} \longrightarrow \text{Nat}$ für Homomorphismen	82
7. 8	Darstellbarkeit	83
7. 9	Coadditionen	85
7.10	Beispiele	87
7.11	$\mathfrak{C}(\text{Co-H-}, \text{H-Objekt})$	90

8. Additive Kategorien

		92
8. 1	Eindeutigkeit natürlicher Additionen	92
8. 2	Halbadditive Kategorien	94
8. 3	Matrizenmultiplikation, Erweiterung zu additiver Kategorie .	96
8. 4	Präadditive Kategorien	98
8. 5	Additive Funktoren	99