

Inhalt

Algebraische Hilfsmittel	11
I. Grundbegriffe	13
§ 1. Ebene algebraische Kurven	13
1. Rationale Kurven	13
2. Verbindungen zur Körpertheorie	18
3. Birationale Isomorphismen von Kurven	20
§ 2. Abgeschlossene Untermengen affiner Räume	23
1. Definition abgeschlossener Mengen	23
2. Reguläre Funktionen auf einer abgeschlossenen Menge	26
3. Reguläre Abbildungen	27
§ 3. Rationale Funktionen	31
1. Irreduzible Mengen	31
2. Rationale Funktionen	33
3. Rationale Abbildungen	35
§ 4. Quasiprojektive Mannigfaltigkeiten	40
1. Abgeschlossene Untermengen des projektiven Raumes	40
2. Reguläre Funktionen	43
3. Rationale Funktionen	47
4. Beispiele regulärer Abbildungen	49
§ 5. Produkte und Abbildungen von quasiprojektiven Mannigfaltigkeiten	51
1. Produkte	51
2. Die Abgeschlossenheit des Bildes einer projektiven Mannigfaltigkeit	54

3. Endliche Abbildungen	57
4. Normalisierungssätze	60
§ 6. Dimensionen	62
1. Definition der Dimension	62
2. Dimension eines Schnittes mit einer Hyperfläche	65
3. Satz über die Dimension von Fasern	69
4. Geraden auf Flächen	70
5. Chow-Koordinaten einer projektiven Mannigfaltigkeit	74
II. Lokale Eigenschaften	80
§ 1. Einfache und singuläre Punkte	80
1. Lokaler Ring eines Punktes	80
2. Tangentialräume	82
3. Invarianz des Tangentialraumes	83
4. Singuläre Punkte	86
5. Tangentialkegel	88
2. Potenzreihenentwicklung	91
§ 1. Lokale Parameter eines Punktes	91
2. Potenzreihenentwicklung	93
3. Mannigfaltigkeiten über dem reellen und komplexen Zahlkörper	97
§ 3. Eigenschaften einfacher Punkte	99
1. Untermannigfaltigkeiten der Kodimension 1	99
2. Singularitätenfreie Untermannigfaltigkeiten	102
3. Faktorzerlegung im lokalen Ring eines einfachen Punktes	104
§ 4. Konstruktion birationaler Isomorphismen	108
1. σ -Prozesse im projektiven Raum	108
2. Lokale σ -Prozesse	110
3. Verhalten der Mannigfaltigkeiten bei σ -Prozessen	112
4. Ausnahmeuntermannigfaltigkeiten	114
5. Isomorphismen und birationale Isomorphismen	115
§ 5. Normale Mannigfaltigkeiten	119
1. Begriff einer normalen Mannigfaltigkeit	119
2. Normalisierung affiner Mannigfaltigkeiten	122
3. Normalisierung von Kurven	125
4. Projektive Einbettung singularitätenfreier Mannigfaltigkeiten	127
III. Divisoren und Differentialformen	130
§ 1. Divisoren	130
1. Divisor einer Funktion	130
2. Lokale Hauptdivisoren	134
3. Verschiebungssatz	137
4. Divisoren und rationale Abbildungen	138
5. Der mit einem Divisor assoziierte Raum	140

§ 2. Divisoren auf Kurven	143
1. Der Grad eines Divisors auf einer Kurve	143
2. Der Bézoutsche Satz für Kurven	147
3. Kubische Kurven	149
4. Dimension eines Divisors	150
§ 3. Algebraische Gruppen	152
1. Addition von Punkten auf einer ebenen Kurve dritter Ordnung	152
2. Algebraische Gruppen	154
3. Faktorgruppen. Satz von CHEVALLEY	155
4. Abelsche Mannigfaltigkeiten	156
5. Picardsche Mannigfaltigkeit	157
§ 4. Differentialformen	159
1. Reguläre Differentialformen ersten Grades	159
2. Algebraische Beschreibung des Moduls der Differentiale	163
3. Differentialformen höheren Grades	164
4. Rationale Differentialformen	167
§ 5. Beispiele und Anwendungen der Differentialformen	170
1. Das Verhalten bei Abbildungen.	170
2. Kanonische Klasse	172
3. Hyperflächen	173
4. Hyperelliptische Kurven.	177
IV. Schnittmultiplizitäten	181
§ 1. Definition und grundlegende Eigenschaften	181
1. Definition der Schnittmultiplizität	181
2. Additivität der Schnittmultiplizität	185
3. Invarianz bezüglich der Äquivalenz	187
4. Abschluß des Beweises der Invarianz	190
5. Allgemeine Definition der Schnittmultiplizität	194
§ 2. Anwendungen der Schnittzahlen	198
1. Der Satz von BÉZOUT im projektiven Raum und im Produkt projektiver Räume	198
2. Mannigfaltigkeiten über dem Körper der reellen Zahlen	200
3. Das Geschlecht einer singularitätenfreien Kurve auf einer Fläche	202
4. Kurven auf Flächen zweiter Ordnung	205
§ 3. Birationale Isomorphismen von Flächen	209
1. σ -Prozesse von Flächen	209
2. Einige Schnittzahlen	210
3. Auflösung von Singularitäten	212
4. Zerlegung in σ -Prozesse	214
5. Bemerkungen und Beispiele	216
Literatur	219
Namen- und Sachverzeichnis	221