

# Inhaltsverzeichnis

|   |  |    |
|---|--|----|
| 0 | Bezeichnungen und mengentheoretische Grundlagen        | 1  |
| 1 | Metrische Räume  | 7  |
|   | A Metrische Räume                                      | 7  |
|   | B Umgebungen   | 8  |
|   | C Stetige Abbildungen                                  | 11 |
|   | D Konvergente Folgen                                   | 12 |
|   | E Trennungseigenschaften                               | 14 |
|   | Aufgaben   | 15 |
| 2 | Topologische Räume und stetige Abbildungen             | 17 |
|   | A Topologische Räume                                   | 17 |
|   | B Stetige Abbildungen                                  | 22 |
|   | Aufgaben   | 25 |
| 3 | Erzeugung topologischer Räume                          | 27 |
|   | A Unterraumtopologie, Produkttopologie                 | 27 |
|   | B Initialtopologie                                     | 32 |
|   | C Finaltopologie, Quotiententopologie                  | 33 |
|   | D Identifizierungstopologie, Zusammenkleben von Räumen | 35 |
|   | Aufgaben   | 39 |
| 4 | Zusammenhängende Räume                                 | 43 |
|   | A Zusammenhängende Räume                               | 43 |
|   | B Wegzusammenhang, lokaler Zusammenhang                | 48 |
|   | Aufgaben   | 50 |
| 5 | Filter und Konvergenz                                  | 52 |
|   | A Folgen   | 52 |
|   | B Netze  | 54 |
|   | C Filter   | 55 |
|   | Aufgaben   | 60 |

|    |   |     |     |
|----|---|-----|-----|
| 6  | Trennungseigenschaften  |     | 62  |
|    | A Trennungseigenschaften topologischer Räume  | 62  |     |
|    | B Vererbbarkeit von Trennungseigenschaften auf Unterräume, Produkträume und Quotientenräume | 67  |     |
|    | C Fortsetzung stetiger Abbildungen in hausdorffsche und reguläre Räume                      | 70  |     |
|    | Aufgaben  | 72  |     |
| 7  | Normale Räume   |     | 74  |
|    | A Lemma von Urysohn   | 74  |     |
|    | B Fortsetzung stetiger Abbildungen  | 77  |     |
|    | C Lokal-endliche Systeme und Partitionen der Eins   | 79  |     |
|    | Aufgaben  | 82  |     |
| 8  | Kompakte Räume  |     | 83  |
|    | A Kompakte Räume  | 83  |     |
|    | B Lokalkompakte Räume   | 87  |     |
|    | C Andere Kompaktheitsbegriffe   | 90  |     |
|    | Aufgaben  | 93  |     |
| 9  | Satz von Stone-Weierstraß   |     | 97  |
|    | Aufgaben  | 102 |     |
| 10 | Parakompakte Räume und Metrisationssätze  |     | 104 |
|    | A Parakompakte Räume  | 104 |     |
|    | B Metrisationssätze   | 107 |     |
|    | Aufgaben  | 111 |     |
| 11 | Uniforme Räume  |     | 112 |
|    | A Uniforme Räume  | 112 |     |
|    | B Gleichmäßig stetige Abbildungen   | 117 |     |
|    | C Konstruktion uniformer Räume  | 118 |     |
|    | D Uniformisierung   | 121 |     |
|    | Aufgaben  | 127 |     |

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 12 | Vervollständigung und Kompaktifizierung          | 129 |
| A  | Vervollständigung uniformer Räume                | 129 |
| B  | Kompaktifizierung vollständig regulärer Räume    | 136 |
|    | Aufgaben   | 142 |
| 13 | Vollständige, Polnische und Bairesche Räume      | 144 |
| A  | Vollständige Räume                               | 144 |
| B  | Vollständige metrische Räume                     | 146 |
| C  | Polnische Räume                                  | 148 |
| D  | Bairesche Räume                                  | 150 |
| E  | Anwendungen des Baireschen Satzes                | 153 |
|    | Aufgaben   | 157 |
| 14 | Funktionsräume                                   | 160 |
| A  | Uniforme Struktur der $\mathcal{J}$ -Konvergenz  | 160 |
| B  | Kompakt-offene Topologie                         | 165 |
| C  | Gleichgradige Stetigkeit und der Satz von Ascoli | 167 |
|    | Aufgaben   | 172 |
| 15 | Ringe reellwertiger Funktionen                   | 174 |
| A  | Z-Mengen und Z-Filter                            | 174 |
| B  | Fixierte maximale Ideale und kompakte Räume      | 176 |
| C  | Stone-Čech-Kompaktifizierung                     | 178 |
|    | Aufgaben   | 183 |
|    | Diagramm   | 185 |
|    | Literatur  | 188 |
|    | Index  | 189 |
|    | Symbole  | 195 |