

INHALTSVERZEICHNIS

I. DIFFERENTIALFORMEN

1. Alternierende multilineare Abbildungen	11
1.1. Definition der alternierenden multilinearen Abbildungen	11
1.2. Permutationsgruppen	12
1.3. Eigenschaften der alternierenden multilinearen Abbildungen	13
1.4. Multiplikation von alternierenden multilinearen Abbildungen	15
1.5. Eigenschaften der äußeren Multiplikation	19
1.6. Äußeres Produkt von n Linearformen	22
1.7. Der Fall endlicher Dimension	23
2. Differentialformen	25
2.1. Definition der Differentialformen	25
2.2. Operationen für Differentialformen	26
2.3. Die Operation der äußeren Differentiation	28
2.4. Eigenschaften der äußeren Differentiation	30
2.5. Fundamenteleigenschaft der äußeren Differentiation	33
2.6. Differentialformen über einem endlich-dimensionalen Raum	34
2.7. Kalkül für Differentialformen in kanonischer Darstellung	36
2.8. Variablenwechsel bei Differentialformen	40
2.9. Eigenschaften der Abbildung φ^* des Variablenwechsels	42
2.10. Berechnung von φ^* in kanonischer Darstellung	44
2.11. Transitivität des Variablenwechsels	45
2.12. Bedingung dafür, daß eine Differentialform gleich $d\alpha$ ist	47
2.13. Beweis des Satzes von Poincaré	50

3. Kurvenintegral einer Differentialform vom Grad Eins . . .	57
3.1. Wege der Klasse C^1	57
3.2. Das Kurvenintegral	58
3.3. Parameterwechsel	61
3.4. Der Fall, in dem ω das Differential einer Funktion ist	63
3.5. Geschlossene Differentialformen vom Grad 1	67
3.6. Stammfunktion einer geschlossenen Form längs eines Weges	70
3.7. Homotopie von zwei Wegen	72
3.8. Einfach zusammenhängende offene Mengen	77
4. Integration von Differentialformen vom Grad > 1	79
4.1. Differenzierbare Zerlegungen der Eins	79
4.2. Kompakta mit Rand in der Ebene \mathbb{R}^2	85
4.3. Integral einer 2-Differentialform über ein Kompaktum mit Rand K	89
4.4. Satz von Stokes in der Ebene	91
4.5. Beweis von Satz 4.4.1 (Satz von Stokes)	94
4.6. Variablenwechsel in einem Doppelintegral	99
4.7. Mannigfaltigkeiten im Raum \mathbb{R}^n	105
4.8. Orientierung einer Mannigfaltigkeit	111
4.9. Integration einer 2-Differentialform auf einer kompak- ten orientierten Mannigfaltigkeit der Dimension 2 und der Klasse C^1	112
4.10. n-fache Integrale	118
4.11. Differentialformen auf einer Mannigfaltigkeit	121
4.12. p-dimensionales Volumelement einer Mannigfaltigkeit M der Dimension p ($M \subset \mathbb{R}^n$)	123
5. Maxima und Minima einer reellen Funktion auf einer Man- nigfaltigkeit	127
5.1. Bedingungen in erster Ordnung	127
5.2. Bedingungen in zweiter Ordnung	128

6. Der Satz von Frobenius	130
6.1. Problemstellung	130
6.2. Erster Existenzsatz	133
6.3. Zweiter Existenzsatz	135
6.4. Zuendeführung des Beweises für den zweiten Existenzsatz (SATZ 6.3.1)	136
6.5. Der Fundamentalsatz	139
6.6. Interpretation mittels Differentialformen	140
Aufgaben	145

II. ELEMENTE DER VARIATIONSRECHNUNG

1. Problemstellung	157
1.1. Der Raum der Kurven der Klasse C^1	157
1.2. Funktionale, die mit einer Kurve verknüpft sind	158
1.3. Ein Beispiel	161
1.4. Ein Minimumproblem	162
1.5. Umformung der Extremalbedingung	164
1.6. Berechnung von $f'(\varphi) \cdot u$ für eine Extremale	168
2. Studium der Eulerschen Gleichung: Existenz der Extremalen. Beispiele	170
2.1. Die Eulersche Gleichung im Fall $E = \mathbf{R}^n$	170
2.2. Beispiele	172
2.3. Die Lagrangeschen Gleichungen der Mechanik	175
2.4. Rückkehr zum allgemeinen Fall, bei dem $F(t,x,y)$ unabhängig von t ist	177
2.5. Der Fall, bei dem $F(x,y)$ quadratisch homogen in y ist	178
2.6. Der Fall der Geodätischen einer Mannigfaltigkeit	181
2.7. Extremalprobleme für Kurven auf einer Mannigfaltigkeit	185
2.8. Umformung der voranstehenden Bedingung	188

3. Zweidimensionale Probleme	190
3.1. Problemstellung	190
3.2. Umformung der Extremalbedingung	193
Aufgaben	197

III. ANWENDUNGEN DER METHODE DES BEWEGTEN BEZUGSSYSTEMS AUF DIE KURVEN- UND FLÄCHEN- THEORIE

1. Das bewegte Bezugssystem	206
1.1. Definition der Differentialformen ω_i und ω_{ij}	206
1.2. Relationen für die Formen ω_i und ω_{ij}	208
1.3. Orthonormierte Bezugssysteme	209
1.4. Das Frenetsche Bezugssystem einer orientierten Kurve des \mathbf{R}^3	211
1.5. Das Darboux'sche Bezugssystem einer orientierten Kurve auf einer orientierten Fläche S des \mathbf{R}^3	213
1.6. Berechnung der geodätischen Krümmung, der Normal- krümmung und der geodätischen Torsion	216
2. Die 3-parametrische Familie der Bezugssysteme an eine Flä- che des \mathbf{R}^3	218
2.1. Die Mannigfaltigkeit der Bezugssysteme einer orientier- ten Fläche	218
2.2. Die Bewegungsgleichungen des Bezugssystems einer orientierten Fläche	221
2.3. Das Oberflächenelement	223
2.4. Die zweite quadratische Fundamentalform der Fläche S	224
2.5. Berechnung der Normalkrümmung und der geodätischen Torsion in einer gegebenen Richtung	225
2.6. Hauptkrümmungen; Krümmungslinien	227
2.7. Die Differentialform der geodätischen Krümmung	230

2.8. Verwendung eines Feldes von Bezugssystemen	232
2.9. Parallelverschiebung längs einer Kurve	233
2.10. Die Beziehung zwischen der Gaußschen Krümmung und der Parallelverschiebung	235
2.11. Berechnung der Krümmung einer Fläche aus der ersten Fundamentalform	239
Aufgaben	240
REGISTER	247
LITERATUR	250