

tat

Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik

mit zahlreichen, vollständig durchgerechneten
Beispielen

Von

Dr. Joachim Härtung

o. Professor

Dr. Bärbel Elpelt

Dr. Karl-Heinz Klösener

Fachbereich Statistik der
Universität Dortmund

13., unwesentlich veränderte Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

<i>Einführung und Grundlagen</i>	1
1. Was ist Statistik	1
2. Das Experiment	3
3. Die Erhebung	5
4. Zur Statistik und ihren philosophischen Voraussetzungen	7
5. Zur Geschichte der Statistik	10
Kapitel I: Aufbereitung und Darstellung von Datenmaterial - Deskriptive Statistik	15
<i>1. Grundlegende Begriffe und Überblick</i>	15
1.1. Untersuchungseinheiten, Merkmale und Merkmalsausprägungen	15
1.2. Charakterisierung von Merkmalen	16
1.3. Grundgesamtheit und Stichprobe	18
1.4. Überblick über die Methoden der deskriptiven Statistik	19
<i>2. Der Häufigkeitsbegriff</i>	20
2.1. Absolute und relative Häufigkeiten	20
2.2. Die graphische Darstellung von Häufigkeiten	21
2.3. Die empirische Verteilungsfunktion	23
<i>3. Der Häufigkeitsbegriff bei Klassenbildung</i>	24
3.1. Die Klassenbildung	26
3.2. Absolute und relative Häufigkeiten bei Klassenbildung	26
3.3. Die graphische Darstellung von Häufigkeiten bei Klassenbildung	27
3.4. Die empirische Verteilungsfunktion bei Klassenbildung	28
<i>4. Lagemaße von Häufigkeitsverteilungen</i>	31
4.1. Das arithmetische Mittel	31
4.2. Der Median und das a-Quantil	32
4.2.1. Der Median einer Beobachtungsreihe	32
4.2.2. Das a-Quantil einer Beobachtungsreihe	34
4.3. Der Modalwert	35
4.4. Das geometrische Mittel und das harmonische Mittel	35
4.5. Einige Bemerkungen zu den Lagemaßen	37
<i>5. Streuungsmaße von Häufigkeitsverteilungen</i>	40
5.1. Die Spannweite	40
5.2. Der Quartilsabstand	41
5.3. Die mittlere absolute Abweichung vom Median	42
5.4. Varianz, Standardabweichung und Variationskoeffizient	43
5.4.1. Die Varianz	44
5.4.2. Die Standardabweichung	46
5.4.3. Der Variationskoeffizient	47
5.5. Die Schiefe und der Exzeß	47
5.5.1. Die Schiefe einer Häufigkeitsverteilung	47
5.5.2. Der Exzeß einer Häufigkeitsverteilung	49

6. Konzentrationsmaße für Häufigkeitsverteilungen	50
6.1. Die Lorenzkurve	50
6.2. Das Lorenzsche Konzentrationsmaß; der Gini-Koeffizient	52
7. Verhältniszahlen	55
7.1. Gliederungszahlen	55
7.2. Beziehungszahlen	56
7.2.1. Verursachungszahlen	56
7.2.2. Entsprechungszahlen	56
7.3. Indexzahlen	57
7.3.1. Meßzahlen	57
7.3.2. Standardisierung von Meßzahlen, Sterbeziffern	60
7.3.3. Zusammengesetzte Indexzahlen	62
A. Der Wertindex	62
B. Preisindizes nach Laspeyres und nach Paasche	63
C. Ein Beispiel	63
D. Mengenindizes nach Laspeyres und nach Paasche	65
E. Preisbereinigung; Deflationierung	65
F. Preis- und Mengenindizes als gewogene Mittel von Meßzahlen: Subindizes	66
7.3.4. Vergleich von Preisindizes nach Laspeyres und nach Paasche; der Fishersche Idealindex; der Preisindex nach Löwe	70
8. Die empirische Ausfallrate	70
9. Darstellung zweidimensionalen Zahlenmaterials und deskriptive Korrelationsrechnung	72
9.1. Die Kontingenztafel	72
9.2. Der Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson	73
9.3. Der Fechnersche Korrelationskoeffizient	78
9.4. Der Spearmansche Rangkorrelationskoeffizient	79
9.5. Der Kendallsche Rangkorrelationskoeffizient	81
9.6. Der Yulesche Assoziationskoeffizient für die Vierfeldertafel	82
10. Praktische Berechnung einiger Kenngrößen	83
10.1. Berechnung des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung	83
10.2. Berechnung der mittleren absoluten Abweichung vom Mediän	87
Kapitel II: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	91
1. Ereignisse und Zufallsexperimente	91
2. Wahrscheinlichkeiten	93
3. Kombinatorik und Beispiele für die Berechnung von Laplace- Wahrschein- lichkeiten	96
3.1. Permutationen	96
3.2. Kombinationen	96
3.3. Beispiele zur Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten	97
4. Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit	98

5. Die Bayessche Formel.	102
6. Zufallsvariable und Verteilungen.	103
7. Unabhängigkeit und Funktionen von Zufallsvariablen.	108
7.1. Unabhängigkeit von Zufallsvariablen.	108
7.2. Funktionen von Zufallsvariablen.	108
A. Lineare Transformation; Normalverteilung.	109
B. Summe; Faltung; Binomialverteilung.	109
C. Maximum.	111
D. Minimum.	111
8. Kenngrößen von Zufallsvariablen.	112
8.1. Lageparameter.	112
A. Der Erwartungswert.	112
B. Der Median und andere Quantile.	114
C. Der Modalwert.	116
8.2. Streuungsparameter.	116
A. Die Varianz und die Standardabweichung; standardisierte Zufalls- variable; Tschebyscheffsche Ungleichung.	116
B. Der Variationskoeffizient.	117
C. Der Quartilsabstand.	118
8.3. Momente von Zufallsvariablen; Schiefe; Exzeß.	118
8.4. Kovarianz und Korrelation von Zufallsvariablen.	119
9. Grenzwertsätze.	121
Kapitel III: Statistische Schlußweisen.	123
1. Schätzen von Parametern.	124
A. Momentenmethode.	126
B. Maximum-Likelihood-Methode.	126
C. Methode der kleinsten Quadrate.	128
2. Konfidenzintervalle.	129
3. Prognose- und Toleranzintervalle.	132
4. Statistische Tests.	133
5. Beurteilungskriterien für statistische Tests.	137
6. Arten von Hypothesen und allgemeine Bemerkungen.	138
7. Nichtparametrische (verteilungsfreie) Verfahren.	139
8. Zufällige Auswahl, Randomisation.	141
9. Notation von Zufallsvariablen.	142
Kapitel IV: Spezielle Verteilungen und Statistische Schlüsse über Kenngrößen von Verteilungen mittels einer Meßreihe (Stichprobe).	143
1. Die Normalverteilung und daraus abgeleitete Verteilungen.	143
1.1. Die Normalverteilung und ihre Bedeutung.	143
1.2. Einige in enger Beziehung zur Normalverteilung stehende Verteilungen.	148

1.2.1. Aus der Normalverteilung abgeleitete Verteilungen	148
A. Die gestutzte Normalverteilung	148
B. Die Lognormalverteilung	151
1.2.2. Prüfverteilungen	152
A. Die χ^2 -Verteilung	152
B. Die t-Verteilung	154
C. Die F-Verteilung	156
1.3. Punktschätzungen und Konfidenz-, Prognose- und Toleranz- Intervalle bei normalverteilter Grundgesamtheit	157
1.3.1. Schätzen der Parameter μ und σ^2	157
1.3.2. Konfidenzintervalle für μ , σ und σ^2	160
1.3.3. Prognose- und Toleranzintervalle	163
1.4. Bestimmung von benötigten Stichprobenumfängen bei Intervallschätzungen	166
1.4.1. Einhaltung absoluter Genauigkeiten	166
1.4.2. Einhaltung prozentualer Genauigkeiten	173
A. Das Variationszahlverfahren	173
B. Das Streuzahlverfahren	175
1.5. Testen von Parameter-Hypothesen und Bestimmung des benötigten Stichprobenumfangs	178
1.5.1. Testen von Hypothesen über die Parameter einer normal- verteilten Grundgesamtheit	178
A. Hypothesen über den Mittelwert μ	178
B. Hypothesen über die Varianz σ^2	179
1.5.2. Bestimmung des Stichprobenumfangs n beim Testen von Hypothesen über den Erwartungswert μ einer normal- verteilten Grundgesamtheit bei vorgegebenem Fehler 1. Art α und Fehler 2. Art β	181
1.6. Anpassungstests an die Normalverteilung	182
A. Der χ^2 -Anpassungstest	182
B. Der Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest	183
C. Ein Beispiel	186
C1. χ^2 -Anpassungstest	186
C2. Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest	187
1.7. Weitere Verfahren zum Testen von Normalverteilungshypothesen	189
1.7.1. Test auf Schiefe und Exzeß	189
1.7.2. Überprüfung der Normalverteilungsannahme mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitspapier	190
 2. Die Gleichverteilung und die Dreiecksverteilung	192
2.1. Die stetige Gleichverteilung	192
2.1.1. Die eindimensionale Gleichverteilung und ihre Anwendung in der Computersimulation	192
2.1.2. Die zweidimensionale Gleichverteilung	194
2.2. Die Dreiecksverteilung	195
2.3. Punkt- und Intervallschätzungen für die Gleichverteilung	197
2.4. Der χ^2 -Anpassungstest für die Gleichverteilung	198
 3. Einige diskrete Verteilungen	199
3.1. Die Binomialverteilung	199
3.1.1. Punkt- und Intervallschätzung des Parameters p	202

3.1.2. Testen von Hypothesen über den Parameter p	205
3.1.3. Bestimmung des Stichprobenumfangs n beim Testen von Hypothesen über den Parameter p einer Binomialverteilung bei vorgegebenen Fehlern 1. und 2. Art	206
3.2. Die hypergeometrische Verteilung	207
3.2.1. Punktschätzungen für die Hypergeometrische Verteilung	208
3.3. Die Multinomialverteilung	209
3.3.1. Konfidenzbereich für die Multinomialverteilung	211
3.4. Die Poissonverteilung	212
3.4.1. Punkt- und Intervallschätzung für den Parameter X einer $Po(X)$ -Verteilung	214
3.4.2. Test über den Parameter X einer $Po(X)$ -Verteilung	214
3.4.3. Der χ^2 -Anpassungstest für die Poissonverteilung	216
<i>4. Einige Lebensdauerverteilungen.</i>	218
4.1. Die Exponentialverteilung	219
4.1.1. Punkt- und Intervallschätzung für den Parameter einer $Ex(A)$ -Verteilung	220
4.1.2. Tests von Hypothesen über den Parameter einer $Ex(A)$ - Verteilung	223
4.1.3. Der χ^2 -Anpassungstest für die Exponentialverteilung	225
4.1.4. Der Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest für die Exponentialverteilung	226
4.2. Die Weibullverteilung	230
4.2.1. Schätzen der Parameter a und β der Weibullverteilung	232
4.3. Die IDB-Verteilung (Hjorth-Verteilung).	232
4.3.1. Schätzen der Parameter a , β und y der IDB-Verteilung	234
4.4. Die Erlang- n -Verteilung	234
<i>5. Nichtparametrische Test- und Schätzmethoden im Ein-Stichproben-Fall...</i>	235
5.1. Konfidenzintervalle und Tests für Quantile	235
5.1.1. Ein Konfidenzintervall für Quantile	236
5.1.2. Tests für Quantile	237
5.2. Nichtparametrische Toleranzintervalle	238
5.3. Konfidenzstreifen für eine unbekannte Verteilungsfunktion	240
5.4. Nichtparametrische Einstichproben-Lokationsvergleiche und Tests auf Trend	242
5.4.1. Der Zeichentest	242
5.4.2. Der Vorzeichenrangtest nach Wilcoxon	243
5.4.3. Tests auf Trend	247
A. Der Test von Cox und Stuart	247
B. Der Test nach Mann	249
<i>6. Sequentielle Quotiententests.</i>	251
6.1. Der sequentielle Quotiententest für die Binomialverteilung	252
6.2. Sequentieller Quotiententest für den Erwartungswert einer Normalverteilung	259
6.3. Sequentieller Quotiententest für eine Exponentialverteilung	261

Kapitel V: Aspekte der Datengewinnung - Stichprobentheorie, Meßfehler, Ausreißertests, Datentransformationen, Versuchsplanung, Klinische Versuche, Skalierung	269
<i>1. Abriß der klassischen Stichprobentheorie am Beispiel der Inventur auf Stichprobenbasis.</i>	269
1.1. Die Stichprobe	270
1.2. Überlegungen und Vorgehensweisen bei Stichprobenerhebungen.	271
1.3. Verteilungsannahmen bei Stichprobenerhebungen.	272
1.4. Die einfache Zufallsauswahl.	273
1.5. Geschichtete Zufallsauswahl.	278
1.5.1. Die optimale Aufteilung (Neyman-Tschuprow-Aufteilung).	282
1.5.2. Die proportionale Aufteilung.	285
1.5.3. Aufteilung nach Auswahl der Stichprobe.	286
1.5.4. Genauigkeitsvergleiche.	287
1.6. Klumpenstichprobenverfahren.	288
1.6.1. Einstufige Auswahlverfahren.	289
1.6.2. Mehrstufige Auswahlverfahren.	291
<i>2. Weitere Verfahren der Stichprobentheorie.</i>	292
2.1. Ziehen mit und ohne Zurücklegen	292
2.2. Schätzen von Anteilen	293
2.3. Die systematische Stichprobe.	295
2.4. Stichproben mit ungleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten.	297
2.5. Die Formel von Horwitz-Thompson.	299
2.6. Verhältnis-, Differenzen- und Regressionsschätzung, gebundene und freie Hochrechnung	300
2.6.1. Die Verhältnisschätzung.	300
2.6.2. Die Differenzschätzung.	303
2.6.3. Die Regressionsschätzung.	303
2.7. Zweiphasige Problemstellungen.	304
<i>3. Probleme bei der praktischen Durchführung einer Erhebung.</i>	305
3.1. Die Abgrenzung der Grundgesamtheit	305
3.2. Endliche und unendliche sowie fiktive Grundgesamtheiten	306
3.3. Auswahltechniken und Erhebungsprobleme.	307
3.4. Probleme im Zusammenhang mit Befragungen.	309
3.4.1. Fragestellung und Fragebogen	309
3.4.2. Typen von Befragungen	310
3.4.3. Das Problem der Nichtbeantwortung	311
3.5. Vergleich zwischen den Schichten	313
3.6. Stichprobenverfahren in der Marktforschung	314
3.6.1. Marktforschung - Zielsetzungen und Problemstellungen.	314
3.6.2. Beurteilungsstichproben in der Marktforschung.	316
A. Typische Auswahl.	316
B. Auswahl nach dem Konzentrationsprinzip.	317
C. Quotenauswahl.	318
3.7. Die Bedeutung der Stichprobenverfahren.	320
<i>4. Theorie der Meßfehler, Ausreißertests, Datentransformationen.</i>	320
4.1. Der Meßfehler bei der Datengewinnung.	321

4.2. Das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz	326
4.3. Kontrolle und Erfassung von Meßfehlern	332
4.3.1. Kontrolle und Ermittlung systematischer Fehler	332
4.3.2. Die Verwendung von Kontrollkarten	335
4.3.3. Ringversuche: Inter- und Intralaboratorielle Vergleiche	337
4.3.4. Präzision, Spezifität, Richtigkeit und Sensibilität von Meß- und Analyseverfahren	341
4.4. Das Ausreißerproblem	343
A. Der David-Hartley-Pearson-Test	344
B. Der Grubbs-Test	345
C. Dixon's r-Statistiken	346
D. Test auf ein Ausreißerpaar	347
4.5. Transformationen	349
A. Die reziproke Transformation	349
B. Die Wurzel-Transformation	349
C. Die Logarithmische Transformation	351
D. Die Box-Cox-Transformation	352
E. Die Arcus-Sinus-Transformation	352
F. Die Fishersche Z-Transformation	354
5. <i>Allgemeine Aspekte der Planung von Versuchen.</i>	354
6. <i>Anlage von klinischen Versuchen.</i>	363
6.1. Ethische Probleme bei klinischen Versuchen	366
6.2. Auswahl und Zuordnung von Versuchspersonen	367
6.2.1. Die retrospektive Zuordnung	368
6.2.2. Zuordnung auf freiwilliger Basis	369
6.2.3. Pseudaleatorische und aleatorische Zuordnung	370
6.2.4. Einige weitere Zuordnungsverfahren	370
6.3. Die Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse	370
6.4. Auto- und Heterosuggestion, Blindversuche	371
6.5. Sequentielle Studien	372
6.6. Ein Beispiel	373
7. <i>Skalierung von Merkmalsausprägungen und Testergebnissen.</i>	374
Kapitel VI: Qualitätskontrolle.	381
<i>1. Stichprobenpläne in der Eingangs- und Endkontrolle.</i>	381
1.1. Einfache Stichprobenpläne für qualitative Merkmale	383
A. Vorgabe zweier Punkte der Operationscharakteristik	384
B. Vorgabe des Indifferenzpunktes und der Steilheit	387
1.2. Mehrfache und sequentielle Stichprobenpläne für qualitative Merkmale	389
A. Doppelte Stichprobenpläne	390
B. Sequentielle Stichprobenpläne	392
1.3. Stichprobenpläne für quantitative Merkmale	395
<i>2. Laufende Kontrolle der Produktion (Kontrollkarten).</i>	401
2.1. Laufende Kontrolle bei quantitativen Merkmalen	401
2.2. Laufende Kontrolle bei qualitativen Merkmalen	404
<i>3. Kontinuierliche Stichprobenpläne.</i>	406

Kapitel VII: Analyse diskreten Datenmaterials in Form von Kontingenztafeln 407

<i>/. Die 2 x 2-Felder-Tafel.</i>	411
1.1. Hypothesen für die 2 x 2-Felder-Tafel	412
A. Die Unabhängigkeitshypothese	412
B. Die Homogenitätshypothese	412
C. Beziehungen zwischen den Hypothesen	412
1.2. Tests auf Unabhängigkeit in der 2 x 2-Tafel	413
1.2.1. Der z^2 -Test	413
1.2.2. Exakte Tests	414
A. Ein exakter Test, der auf größere Kontingenztafeln übertragbar ist	414
B. Der exakte Test von Fisher	416
1.2.3. Einseitige Hypothesen in 2 x 2-Tafeln	416
1.3. Tests auf Homogenität in der 2 x 2-Tafel	418
1.3.1. Die Durchführung der Tests	418
1.3.2. Der erforderliche Stichprobenumfang	419
A. Die Formel mittels Approximation der Gütefunktion des χ^2 -Tests	419
B. Die Arcus-Sinus-Formel	420
C. Die Formel nach Casagrande/Pike/Smith	420
D. Exakte Stichprobenumfänge	421
1.4. Tests auf Symmetrie in der 2 x 2-Tafel	422
1.4.1. Der McNemar-Test	423
1.4.2. Cochran's Q	423
2. <i>Loglineare Modelle und Tests für r x s-Tafeln.</i>	425
2.1. Das loglineare Modell für die r x s-Tafel	425
2.1.1. Entwicklung des Modells am Beispiel der 2 x 2-Tafel	425
A. Aufstellung des Modells	425
B. Schätzen der Parameter	427
C. Die approximative Varianz der Schätzungen	428
D. Die Interpretation der Parameter	428
2.1.2. Das Modell für die allgemeine r x s-Tafel	429
2.2. Hypothesen und Tests in r x s-Tafeln	432
2.2.1. Einige Hypothesen für r x s-Tafeln	433
A. Die Unabhängigkeits- bzw. Homogenitätshypothese	433
B. Die bedingte Gleichverteilungshypothese	434
C. Die totale Gleichverteilungshypothese	434
2.2.2. Einige Testverfahren für r x s-Tafeln	435
A. χ^2 - und Likelihood-Quotienten-Test	435
B. Die Statistiken T_A und t_B	439
C. Der Test auf Symmetrie nach Bowker	440
3. <i>Assoziationsmaße für 2x2 und r x s-Tafeln.</i>	442
3.1. Assoziationsmaße in der 2 x 2-Kontingenztafel	442
3.1.1. Assoziationsmaße, die in Beziehung zum cross-product ratio q stehen	442
A. Die Eigenschaften des cross-product ratio	442
B. Der Q-Koeffizient von Yule	443
C. Der Verbundenheitskoeffizient von Yule	444
D. Punkt- und Intervallschätzungen für die Yuleschen Assoziationsmaße	444

E. Eigenschaften der Yuleschen Assoziationsmaße	446
3.1.2. Assoziationsmaße, die in Beziehung zum Korrelationskoeffizienten Q stehen	446
A. Der Korrelationskoeffizient Q (Phikoeffizient) und seine Eigenschaften	446
B. Der Pearsonsche Kontingenzkoeffizient	449
3.2. Assoziationsmaße in allgemeinen 2-dimensionalen Kontingenztafeln ..	450
3.2.1. Assoziationsmaße, die in Beziehung zur χ^2 -Statistik stehen	451
A. Der Pearsonsche Kontingenzkoeffizient für die $r \times s$ -Tafel	451
B. Der korrigierte Pearsonsche Kontingenzkoeffizient	451
C. Das Assoziationsmaß von Tschuprow	451
D. Das Assoziationsmaß von Cramer	452
E. Schätzung der Varianzen der Assoziationsmaße	452
F. Ein Beispiel	452
3.2.2. Die X - und die t -Maße	455
A. Die A -Maße A_A , h und X	456
B. Die t -Maße T_A , T_B und T	459
4. <i>Loglineare Modelle und Tests für mehrdimensionale Kontingenztafeln</i>	464
4.1. Die Parameter des saturierten Modells	465
A. Schätzen der Parameter des saturierten Modells	466
B. Varianz- und Intervallschätzungen für die Parameter des saturierten Modells	471
4.2. Testen von Hypothesen über die Parameter des saturierten Modells ...	477
4.2.1. Ein iteratives Verfahren zur Schätzung erwarteter Häufigkeiten unter einer Hypothese	477
4.2.2. Die Bestimmung der Freiheitsgrade	485
4.2.3. Die Partitionierung der Teststatistiken	488
5. <i>Verteilungsannahmen, Logit-Modell und Adjustieren bei Kontingenztafeln</i> .	492
5.1. Kontingenztafeln und Verteilungen	492
5.1.1. Verteilungsannahmen bei Kontingenztafeln	492
5.1.2. Vergleich der Parameter mehrerer diskreter Verteilungen	495
A. Vergleich der Parameter von s Poissonverteilungen	495
B. Vergleich der Parameter verschiedener Binomialverteilungen	496
C. Vergleich der Parameter mehrerer Multinomialverteilungen	498
5.2. Das Logit-Modell bei Kontingenztafeln	498
5.3. Adjustieren von Kontingenztafeln	501
Kapitel VIII: Vergleich zweier Meßreihen (Stichproben)	505
1. <i>Vergleich zweier unabhängiger Meßreihen</i>	505
1.1. Lokationsvergleiche bei normalverteilter Grundgesamtheit	505
1.1.1. Tests und Konfidenzintervalle bei bekannten Varianzen a_1 und a_2 der Grundgesamtheiten	505
1.1.2. Tests und Konfidenzintervalle bei unbekanntem aber gleichen Varianzen a_1 und a_2 der beiden Grundgesamtheiten ...	508
1.1.3. Tests und Konfidenzintervalle bei unbekanntem und ungleichen Varianzen a_1 und a_2 der beiden Grundgesamtheiten .	510
1.1.4. Bestimmung von Stichprobenumfängen bei Tests und Konfidenzintervallen	511

1.2. Verteilungsfreie Lokationsvergleiche	513
1.2.1. Der Wilcoxon-Rangsummentest, der U-Test von Mann-Whitney	513
1.2.2. Der Kolmogoroff-Smirnov-Test	520
1.3. Dispersionsvergleiche bei normalverteilten Grundgesamtheiten - Tests und Konfidenzintervalle.	524
1.4. Verteilungsfreie Dispersionsvergleiche.	526
1.4.1. Der Test von Ansari-Bradley-Freund, der Siegel-Tukey-Test....	526
1.4.2. Der Test von Moses.	529
1.5. Test auf Trend.	531
 2. Vergleich zweier abhängiger Meßreihen.	533
2.1. Lokationsvergleiche bei normalverteilten Grundgesamtheiten - Tests, Konfidenzintervalle und Bestimmung der Stichprobenumfänge .	534
A. Die Varianz σ^2 ist bekannt	534
B. Die Varianz σ^2 ist unbekannt	536
2.2. Dispersionsvergleiche bei normalverteilten Grundgesamtheiten	538
2.3. Verteilungsfreie Lokationsvergleiche.	539
 Kapitel IX: Die Korrelation von Merkmalen	545
1. Die Korrelation zweier normalverteilter Merkmale.	546
2. Die Rangkorrelation zweier Merkmale.	553
2.1. Der Spearmansche Rangkorrelationskoeffizient	553
2.2. Der Kendallsche Rangkorrelationskoeffizient	559
3. Die partielle Korrelation.	561
3.1. Die partielle Korrelation zwischen normalverteilten Merkmalen	561
3.2. Der partielle Rangkorrelationskoeffizient nach Kendali.	563
4. Die bi-partielle Korrelation.	563
5. Die multiple Korrelation.	564
6. Ein Test auf Unabhängigkeit von p Meßreihen.	567
 Kapitel X: Regressionsanalyse	569
1. Lineare Regression.	573
1.1. Die Methode der kleinsten Quadrate.	574
1.2. Schätzen der Fehlervarianz σ^2	578
1.3. Zusammenhang zwischen Regressions- und Korrelationsrechnung; das Bestimmtheitsmaß	578
1.4. Konfidenzintervalle und Testen von Hypothesen über die unbekannt Parameter α , β und σ^2	580
1.5. Konfidenz- und Prognosestreifen.	582
1.6. Regression durch einen vorgegebenen Punkt, Regression ohne Absolutglied (eigentlich-lineare Regression).	584
2. Residualanalyse.	585
3. Transformationen auf Linearität.	587

4. Nichtlineare Regression und Schätzen des Maximums (Minimums) einer quadratischen Regressionsfunktion.	589
5. Multiple Regression.	595
6. Regression bei Fehlern in den Variablen.	601
A. Die Varianz $a\backslash$ ist bekannt.	601
B. Die Varianz $a\backslash$ ist bekannt.	602
C. Der Quotient der Varianzen $a\backslash$ und $a\backslash$ ist bekannt.	603
D. Das Berkson-Modell.	604
7. Regressionsgerade nach Wald.	605
Kapitel XI: Varianzanalyse	609
1. Vergleich von p unabhängigen Meßreihen (Stichproben) - einfache Varianzanalyse, vollständig randomisierter Versuchsplan.	610
1.1. Testen auf signifikante Lokationsunterschiede.	611
A. Der F-Test (normalverteilte Grundgesamtheit).	611
B. Der Test von Kruskal und Wallis.	613
1.2. Simultane Vergleiche von p Mittelwerten.	614
A. Die Tests von Scheffe und Tukey.	616
A1. Scheffe-Test.	616
A2. Tukey-Test.	616
B. Der Test von Steel und Dwass.	616
1.3. Dispersionsvergleiche.	617
A. Der Bartlett-Test.	617
B. Der Levene-Test.	617
C. Scheffe's z^2 -Test.	617
1.4. Modellbetrachtung.	619
2. Das einfache Blockexperiment.	619
2.1. Verfahren bei normalverteilter Grundgesamtheit.	620
2.2. Verteilungsfreie Verfahren.	622
3. Zweifache Varianzanalyse mit mehreren Beobachtungen pro Faktorstufenkombination (pro Zelle).	624
3.1. Modell mit Wechselwirkungen zwischen den Faktoren A und B.	625
3.2. Modell ohne Wechselwirkungen zwischen den Faktoren.	627
4. Die Komponenten der Streuung - Modelle der Varianzanalyse mit zufälligen Effekten (Modell II).	629
4.1. Die einfach hierarchische Klassifikation.	630
4.2. Ein nicht-klassisches Varianzanalysemodell aus der Geodäsie.	634
Kapitel XII: Zeitreihenanalyse	637
1. Deskriptive Methoden der Zeitreihenanalyse.	640
1.1. Die Komponenten einer Zeitreihe.	640
1.2. Nichtlineare Trendmodelle - Trendschätzung mittels nicht-linearer Regression.	642

1.2.1. Die logistische Funktion	642
1.2.2. Die Mitscherlich-Funktion und die Gompertz-Kurve	648
1.2.3. Die allometrische Funktion	654
1.3. Trend- und Saison-Schätzung bzw. -Elimination durch Glättung bzw. Filterung	660
1.3.1. Gleitende Durchschnitte	660
1.3.2. Polynome und Splines	666
1.3.3. Die Differenzenmethode	668
1.3.4. Exponentielles Glätten	672
1.3.5. Lineare Filter	673
1.4. Autokovarianzen, Autokorrelationen und partielle Autokorrelationen	675
2. <i>Selbsterklärende Zeitreihenmodelle und die Methode von Box und Jenkins</i>	678
2.1. Autoregressive Prozesse (AR-Prozesse)	678
2.2. Moving average Prozesse (MA-Prozesse)	681
2.3. Gemischte Prozesse (ARMA-Prozesse)	682
2.4. Instationäre stochastische Prozesse, ARIMA- und SARIMA-Prozesse, Box-Cox-Transformation	684
2.5. Die Methode von Box und Jenkins	686
2.5.1. Modellidentifikation	686
2.5.2. Schätzen der Modellparameter	688
2.5.3. Modellüberprüfung	690
2.5.4. Prognose und Prognosegüte	691
2.6. Ein Beispiel zur Methode von Box und Jenkins	694
3. <i>Die Spektralanalyse</i>	699
3.1. Komplexe Zahlen	700
3.2. Spektrum und Spektraldichte	701
3.3. Spektraldichten gefilterter Prozesse	703
3.4. Schätzen der Spektraldichte	709
3.4.1. Das Periodogramm und das Stichprobenspektrum	709
3.4.2. Geglättete Spektraldichteschätzungen, Spektral- und lag-Fenster	711
3.4.3. Ein Beispiel zum Stichprobenspektrum	715
3.5. Die harmonische Analyse einer Zeitreihe	717
3.6. Das Berliner Verfahren zur Saisonbereinigung	722
4. <i>Analyse des Zusammenhangs zweier Zeitreihen</i>	727
4.1. Analyse im Zeitbereich	728
4.2. Analyse im Frequenzbereich - Kreuzspektralanalyse	728
4.2.1. Das Kreuzspektrum	729
4.2.2. Schätzung kreuzspektraler Größen	734
5. <i>Gemischte Regressions-Zeitreihen-Modelle</i>	735
5.1. Regressionsmodelle mit korrelierten Fehlern	736
5.1.1. Allgemeine Vorgehensweise	736
5.1.2. Regressionsmodelle mit AR(1)-Fehler-Prozeß	737

A. Die Cochrane-Orcutt-Methode	738
B. Der Durbin-Watson-Test	740
C. Prognose und Prognosegüte	741
D. Ein Beispiel	741
5.2. Autoregressive Regressionsmodelle	744
Kapitel XIII: Analyse von Lebensdauern und Zuverlässigkeit von Systemen	745
1. Die Zuverlässigkeit von Komponenten und Systemen	746
1.1. Die Zuverlässigkeit elementarer Systeme	746
1.2. Zuverlässigkeitsschaltbilder	748
1.3. Darstellung monotoner Systeme mittels minimaler Pfade und minimaler Schnitte	750
1.4. Systemstrukturfunktion und Systemzuverlässigkeitsfunktion	751
1.4.1. Die Strukturfunktion monotoner Systeme	751
A. Bestimmung einer Strukturfunktion mittels disjunktiver Normal- form	752
B. Bestimmung einer Strukturfunktion mittels minimaler Pfad- oder Schnittmengen	754
C. Gewinnung des Zuverlässigkeitsschaltbildes zu einer Struktur- funktion	755
1.4.2. Die Zuverlässigkeitsfunktion monotoner Systeme	756
1.5. Stochastische Assoziiertheit von Systemkomponenten	759
1.6. Klassifizierung der Zuverlässigkeitsfunktionen monotoner Systeme mit Komponenten gleicher Zuverlässigkeit	759
1.7. Methoden zur Erhöhung der Zuverlässigkeit - Redundanz bei Komponenten und Systemen, Systeme mit heißer und kalter Reserve	760
1.8. Systeme mit mehr als zwei Zuständen (Multi-State-Systemen)	763
1.8.1. Die Bestimmung des Systemzustandes mittels minimaler Pfad- oder Schnittmengen	763
1.8.2. Kritische Pfadvektoren bei Multi-State-Systemen	764
1.9. Die Fehlerbaumanalyse	765
1.10. Systembetrachtungen bei mehrphasigen Missionen	769
1.10.1. Mehrphasige Missionen	769
1.10.2. Phasenzuverlässigkeiten und Missionszuverlässigkeit	770
1.10.3. Die Transformation mehrphasiger Missionen	772
2. Klassen von Lebensdauerverteilungen	774
2.1. IFR- und DFR-Verteilungen	776
2.1.1. Die Verteilungsklassen IFR und DFR	776
2.1.2. IFR- und DFR-Tests	777
A. Der Proschan-Pyke-Test	777
B. Der ctot-Test nach Epstein	778
2.2. NBU- und NWU-Verteilungen	779
2.2.1. Die Verteilungsklassen NBU und NWU	779
2.2.2. NBU- und NWU-Tests: Der Hollander-Proschan-Test	780
2.3. IFRA- und DFRA-Verteilungen	782
2.3.1. Die Verteilungsklassen IFRA und DFRA	782
2.3.2. IFRA- und DFRA-Tests: Der ctot-Test	784
2.4. NBUE- und NWUE-Verteilungen	784
2.4.1. Die Verteilungsklassen NBUE und NWUE	784

2.4.2. NBUE- und NWUE-Tests: Der Hollander-Proschan-Test	784
2.5. Beziehungen zwischen den Verteilungsklassen	786
2.6. Zensierte Lebensdauerprüfungen	787
<i>3. Punkt- und Intervallschätzungen für die Parameter einiger spezieller Lebensdauerverteilungen.</i>	<i>788</i>
3.1. Das Modell exponentialverteilter Lebensdauern	788
3.1.1. Punkt- und Intervallschätzungen bei fest vorgegebener Beobachtungsdauer T_0	788
A. Experimente mit Ersetzung ausgefallener Objekte	788
B. Experimente ohne Ersetzung ausgefallener Objekte	789
3.1.2. Punkt- und Intervallschätzungen bei fest vorgegebener Zahl von Ausfällen	789
A. Experimente mit Ersetzung ausgefallener Objekte	789
B. Experimente ohne Ersetzung ausgefallener Objekte	790
3.2. Das Modell Weibull-verteilter Lebensdauern	791
3.2.1. Schätzen der Parameter α und β bei fest vorgegebener Anzahl von Ausfällen ohne Ersetzung	791
3.2.2. Schätzen der Parameter α und β bei unzensierten Lebensdauer- prüfungen	793
3.3. Das Modell der Lognormalverteilung	793
3.4. Das Modell der Hjorth-Verteilung (IDB-Verteilung)	794
<i>4. Zur Problematik zeitraffender Zuverlässigkeitsprüfungen.</i>	<i>794</i>
4.1. Die Extrapolation der zeitraffenden Prüfung an Normalbedingungen	796
4.1.1. Das Eyring-Modell	796
4.1.2. Das Arrhenius-Modell	796
4.1.3. Das verallgemeinerte Eyring-Modell	799
4.2. Screening-Tests, Burn-Ins	803
4.3. Labor- und Einsatzbedingungen	803
4.3.1. Der Einfluß von Strahlungen auf den Alterungsprozeß	803
4.3.2. Wertungsfaktoren für im Labor ermittelte Ausfallraten	804
<i>5. Wartungs- und Erneuerungsüberlegungen.</i>	<i>806</i>
5.1. Wartung und Wartbarkeit, Erneuerung	806
A. Die Wartbarkeit von Systemen	806
B. Die Wartung von Systemen	806
C. Die Erneuerung von Systemen	807
5.2. Erneuerungsstrategien, Schranken der Erneuerungsfunktion	807
A. Altersabhängige Erneuerungsstrategie und Gruppenerneuerungsstra- tegie	807
B. Der Erneuerungsprozeß und die Erneuerungsfunktion	807
C. Schranken der Erneuerungsfunktion	808
5.3. Die Zuverlässigkeit von Straßenverkehrssignalanlagen - Ein Beispiel	808
5.3.1. Straßenverkehrssignalanlagen-Systeme	809
A. Das System ohne Reserve	809
B. Das System mit heißer Reserve	810
C. Systeme mit kalter Reserve	811
C1. Das System mit kalter Macro-Reserve	811
C2. Das System mit kalter Micro-Reserve	812

5.3.2. Vergleich der Straßenverkehrssignalanlagen-Systeme.	812
5.3.3. Die Wirtschaftlichkeit der Systeme.	815
A. Inspektionszeiträume und Mindestzuverlässigkeit der Systeme.	817
B. Systemkosten bei Mindestzuverlässigkeit der Systeme.	818
6. <i>Verfügbarkeit von Systemen und Instandhaltungsstrategien.</i>	820
6.1. Die Verfügbarkeit von Systemen.	820
A. Momentane Verfügbarkeit und Dauerverfügbarkeit	820
B. Punkt- und Intervallschätzungen, Testen von Hypothesen über die Dauerverfügbarkeit	820
6.2. Methoden zur Erhöhung der Verfügbarkeit.	822
A. Die Redundanzplanung.	822
B. Die vorbeugende Instandsetzung	823
B1. Bereitschafts- und Präventivstrategien.	823
B2. Periodische, sequentielle und optionale Strategien.	823

Kapitel XIV: Explorative Datenanalyse (EDA)

und Robuste Verfahren	825
1. <i>Verfahren für einzelne Merkmale in der EDA.</i>	827
1.1. Empirische Kenngrößen	827
1.2. Empirische Kenngrößen bei gruppierten Daten.	831
1.3. Datentransformationen	832
1.4. Box-Plots.	835
1.5. Stamm- und -Blätter-Darstellungen.	838
1.6. Histogramm und empirische Verteilungsfunktion.	839
1.7. Empirische Dichten.	840
1.8. Wurzelgramme.	844
1.9. Q-Q-Plots zur Überprüfung von Verteilungsannahmen.	847
2. <i>Verfahren für zwei Merkmale in der EDA.</i>	849
2.1. Glätten zweidimensionaler Punktescharen.	850
2.2. Explorative Regressionsgeraden.	852
2.3. Linearisieren zweidimensionaler Punktescharen.	854
3. <i>Verfahren für mehrdimensionale Daten in der EDA.</i>	857
3.1. Der Scatter-Plot	858
3.2. Weitere explorative Verfahren für mehrdimensionale Daten.	860
4. <i>Robuste Schätzungen.</i>	861
4.1. Charakterisierung von Robustheitseigenschaften.	862
4.1.1. Die Sensitivitätskurve.	862
4.1.2. Die Einflußkurve.	863
4.1.3. Der Bruchpunkt	864
4.2. Robuste Skalenschätzer.	864
4.2.1. Der Median der absoluten Abweichungen vom Median.	865
4.2.2. Der Quartilsabstand.	866
4.3. M-Schätzer für die Lokation.	866
4.3.1. Huber-k-Schätzer.	869

4.3.2. Andrews' wave und Tukeys biweight	872
4.3.3. Die Berechnung von M-Schätzern	874
4.3.4. M-Schätzer für einige typische Beispiele.	878
4.4. L-Schätzer für die Lokation.	880
4.4.1. Das a-getrimmte Mittel.	880
4.4.2. Das a-winsorisierte Mittel.	881
4.4.3. Das a-Gastwirth-Cohen-Mittel.	882
4.5. R-Schätzer für die Lokation.	883
<i>Anhang</i>	887
1. Tabellenverzeichnis.	887
1.1. Kritische Werte, Quantile.	887
1.2. Weitere allgemeine Tabellen.	888
2. Tabellenanhang.	889
3. Griechisches Alphabet	907
4. Symbolverzeichnis.	908
5. Literaturverzeichnis.	912
6. Literaturhinweise zu den einzelnen Kapiteln.	928
7. Sach- und Namensregister.	929