

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Basiswissen mit Praxisbezug

4., aktualisierte und erweiterte Auflage

**Knut Sydsæter
Peter Hammond
mit Arne Strøm**

Übersetzt und fachlektoriert durch

Dr. Fred Böker

Professor für Statistik und Ökonometrie

an der Georg-August-Universität Göttingen

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	13
Vorwort zur 4. deutschen Auflage	17
Kapitel 1 Einführung, I: Algebra	19
1.1 Die reellen Zahlen	20
1.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	23
1.3 Regeln der Algebra	29
1.4 Brüche	34
1.5 Potenzen mit gebrochenen Exponenten	39
1.6 Ungleichungen	44
1.7 Intervalle und Absolutbeträge	50
Kapitel 2 Einführung, II: Gleichungen	57
2.1 Lösen einfacher Gleichungen	58
2.2 Gleichungen mit Parametern	61
2.3 Quadratische Gleichungen	64
2.4 Lineare Gleichungen in zwei Unbekannten	70
2.5 Nichtlineare Gleichungen	72
Kapitel 3 Einführung, III: Verschiedenes	77
3.1 Summennotation	78
3.2 Regeln für Summen, Newtons Binomische Formeln	82
3.3 Doppelsummen	87
3.4 Einige Aspekte der Logik	89
3.5 Mathematische Beweise	95
3.6 Wesentliches aus der Mengenlehre	97
3.7 Mathematische Induktion	104

Kapitel 4 Funktionen einer Variablen 109

4.1	Einführung	110
4.2	Grundlegende Definitionen	111
4.3	Graphen von Funktionen	118
4.4	Lineare Funktionen	121
4.5	Lineare Modelle	128
4.6	Quadratische Funktionen	132
4.7	Polynome	138
4.8	Potenzfunktionen	146
4.9	Exponentialfunktionen	148
4.10	Logarithmusfunktionen	154

Kapitel 5 Eigenschaften von Funktionen 163

5.1	Verschiebung von Graphen	164
5.2	Verknüpfungen von Funktionen	170
5.3	Inverse Funktionen	174
5.4	Graphen von Gleichungen	181
5.5	Abstand in der Ebene. Kreise	184
5.6	Allgemeine Funktionen	188

Kapitel 6 Differentialrechnung. 195

6.1	Steigungen von Kurven	196
6.2	Ableitung, Tangenten	198
6.3	Monoton wachsende und fallende Funktionen	204
6.4	Änderungsraten	207
6.5	Exkurs über Grenzwerte	211
6.6	Einfache Regeln der Differentiation	217
6.7	Summen, Produkte und Quotienten	221
6.8	Kettenregel	228
6.9	Ableitungen höherer Ordnung	234
6.10	Exponentialfunktionen	239
6.11	Logarithmusfunktionen	243

Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung 253

7.1	Implizites Differenzieren	254
7.2	Ökonomische Beispiele	260
7.3	Ableitung der Inversen	264
7.4	Lineare Approximationen	267
7.5	Polynomiale Approximationen	273
7.6	Taylor-Formel	277
7.7	Warum Ökonomen Elastizitäten benutzen	280
7.8	Stetigkeit	284
7.9	Mehr über Grenzwerte	289
7.10	Zwischenwertsatz, Newton-Verfahren	298
7.11	Unendliche Folgen	302
7.12	Unbestimmte Formen und Regeln von L'Hôpital	304

Kapitel 8 Univariate Optimierung 313

8.1	Einführung	314
8.2	Einfache Tests auf Extrempunkte	317
8.3	Ökonomische Beispiele	321
8.4	Der Extremwertsatz	325
8.5	Weitere ökonomische Beispiele	331
8.6	Lokale Extrempunkte	337
8.7	Wendepunkte	343

Kapitel 9 Integralrechnung 351

9.1	Unbestimmte Integrale	352
9.2	Flächen und bestimmte Integrale	358
9.3	Eigenschaften bestimmter Integrale	365
9.4	Ökonomische Anwendungen	369
9.5	Partielle Integration	376
9.6	Integration durch Substitution	379
9.7	Integration über unendliche Intervalle	385
9.8	Ein flüchtiger Blick auf Differentialgleichungen	392
9.9	Separierbare und lineare Differentialgleichungen	398

Kapitel 10 Themen aus der Finanzmathematik 407

10.1 Zinsperioden und effektive Raten 408
10.2 Stetige Verzinsung 412
10.3 Barwert 414
10.4 Geometrische Reihen 417
10.5 Gesamtbarwert 423
10.6 Hypothekentrückzahlungen 428
10.7 Interne Ertragsrate 433
10.8 Ein flüchtiger Blick auf Differenzgleichungen 435

Kapitel 11 Funktionen mehrerer Variablen 443

11.1 Funktionen von zwei Variablen 444
11.2 Partielle Ableitungen bei zwei Variablen 448
11.3 Geometrische Darstellung 455
11.4 Flächen und Abstand 462
11.5 Funktionen von mehreren Variablen 465
11.6 Partielle Ableitungen bei mehreren Variablen 470
11.7 Ökonomische Anwendungen 474
11.8 Partielle Elastizitäten 476

**Kapitel 12 Handwerkszeug für komparativ
statische Analysen 481**

12.1 Eine einfache Kettenregel 482
12.2 Kettenregel für n Variablen 487
12.3 Implizites Differenzieren entlang einer Höhenlinie 491
12.4 Allgemeinere Fälle 496
12.5 Substitutionselastizität 500
12.6 Homogene Funktionen von zwei Variablen 503
12.7 Homogene und homothetische Funktionen 508
12.8 Lineare Approximationen 513
12.9 Differentiale 517
12.10 Gleichungssysteme 522
12.11 Differenzieren von Gleichungssystemen 525

Kapitel 13 Multivariate Optimierung 537

13.1	Zwei Variablen: Notwendige Bedingungen	538
13.2	Zwei Variablen: Hinreichende Bedingungen	543
13.3	Lokale Extrempunkte	548
13.4	Lineare Modelle mit quadratischer Zielfunktion	554
13.5	Der Extremwertsatz	561
13.6	Drei oder mehr Variablen	567
13.7	Komparative Statik und das Envelope-Theorem	570

Kapitel 14 Optimierung unter Nebenbedingungen 579

14.1	Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren	580
14.2	Interpretation des Lagrange-Multiplikators	587
14.3	Mehrere Lösungskandidaten	590
14.4	Warum die Methode der Lagrange-Multiplikatoren funktioniert	592
14.5	Hinreichende Bedingungen	598
14.6	Zusätzliche Variablen und zusätzliche Nebenbedingungen	601
14.7	Komparative Statik	607
14.8	Nichtlineare Programmierung: Ein einfacher Fall	612
14.9	Mehrere Nebenbedingungen in Ungleichheitsform	618
14.10	Nichtnegativitätsbedingungen	624

Kapitel 15 Matrizen und Vektoralgebra 631

15.1	Systeme linearer Gleichungen	632
15.2	Matrizen und Matrizenoperationen	635
15.3	Matrizenmultiplikation	639
15.4	Regeln für die Matrizenmultiplikation	644
15.5	Die transponierte Matrix	651
15.6	Gauß'sche Elimination	654
15.7	Vektoren	659
15.8	Geometrische Interpretation von Vektoren	663
15.9	Geraden und Ebenen	669

Kapitel 16 Determinanten und inverse Matrizen 677

16.1	Determinanten der Ordnung 2	678
16.2	Determinanten der Ordnung 3	682
16.3	Determinanten der Ordnung n	686
16.4	Grundlegende Regeln für Determinanten	689
16.5	Entwicklung nach Co-Faktoren	694
16.6	Die Inverse einer Matrix	698
16.7	Eine allgemeine Formel für die Inverse	705
16.8	Cramer'sche Regel	709
16.9	Das Leontief-Modell	712

Kapitel 17 Lineare Programmierung 721

17.1	Ein grafischer Ansatz	722
17.2	Einführung in die Dualitätstheorie	728
17.3	Das Dualitätstheorem	732
17.4	Eine allgemeine ökonomische Interpretation	735
17.5	Komplementärer Schlupf	738
17.6	Die Simplexmethode, erklärt an einem einfachen Beispiel. . .	743
17.7	Mehr über die Simplexmethode	746
17.8	Die Simplexmethode im allgemeinen Fall	749
17.9	Dualität mit Hilfe der Simplexmethode	757
17.10	Sensitivitätsanalyse	760

Anhang 769

A.1	Geometrie	770
A.2	Das Griechische Alphabet	772

Lösungen und Antworten zu den Aufgaben 773

Register 909