

Karlheinz Spindler

Höhere Mathematik

Ein Begleiter durch das Studium

INHALT

Mengentheoretische Grundlagen

1. Mengen	1
2. Klassen und Mengen	3
3. Aussagenlogik	5
4. Funktionen	9

Grundlegende Strukturen

5. Relationen	15
6. Äquivalenzrelationen	16
7. Ordnungsrelationen	19
8. Algebraische Strukturen	26

Kardinalzahlen

9. Mächtigkeiten von Mengen	29
10. Kardinalzahlarithmetik	30
11. Endliche und unendliche Mengen	34
12. Vollständige Induktion	38

Ordinalzahlen

13. Wohlgeordnete Mengen	43
14. Begriff der Ordinalzahl	45
15. Ordinalzahlarithmetik	46
16. Transfinite Induktion	49

Zahlentheoretische Grundlagen

17. Die natürlichen Zahlen	51
18. Die ganzen Zahlen	52
19. Elementare Zahlentheorie	54
20. Das Rechnen mit Restklassen	58

Arithmetische Grundlagen

21. Die rationalen Zahlen	65
22. Ringe und Körper	68
23. Angeordnete Körper	73
24. Ring- und Körpererweiterungen	76

Algebraische Grundlagen

25. Polynom- und Potenzreihenringe	79
26. Das Rechnen mit Polynomen	84
27. Das Rechnen mit rationalen Ausdrücken	87
28. Das Rechnen mit formalen Potenzreihen	88

Kombinatorische Grundlagen

29. Variationen und Kombinationen	95
30. Permutationen	97
31. Gruppen	101
32. Pólyas Abzähltheorie	104

Lineare Gleichungssysteme

33. Systeme linearer Gleichungen	111
34. Matrizen als lineare Abbildungen	117
35. Der Rang einer Matrix	122
36. Determinanten	125

Geometrische Grundlagen

37. Strecken und Winkel	139
38. Dreiecke	145
39. Kreise	152
40. Polygone	155

Reelle und komplexe Zahlen

41. Die reellen Zahlen	161
42. Verhältnisrechnung	164
43. Winkelfunktionen	168
44. Die komplexen Zahlen	175

Geometrie und Vektorrechnung

45. Grundidee der Analytischen Geometrie	181
46. Der Vektorbegriff	185
47. Orientierung von Basen	190
48. Metrische Vektoroperationen	192

Lineare Algebra

49. Der abstrakte Vektorraumbegriff	203
50. Dimension eines Vektorraums	209
51. Lineare Abbildungen	212
52. Dualräume und duale Abbildungen	215

Lineare Abbildungen und Matrizen

53. Matrixdarstellungen linearer Abbildungen	219
54. Invariante Unterräume	225
55. Klassifikation von Endomorphismen	228
56. Eigenwerte und Eigenvektoren	234

Multilineare Abbildungen

57. Begriff der multilinearen Abbildung	241
58. Klassifikation von Bilinearformen	243
59. Volumenfunktionen	248
60. Determinante und Spur eines Endomorphismus 252	

Multilineare Algebra

61. Tensorprodukte	255
62. Grundkörpererweiterungen	260
63. Symmetrien multilinearer Abbildungen	262
64. Die äußere Algebra eines Vektorraums	269

Metrische Vektorräume

65. Skalarprodukträume	271
66. Abbildungen Euklidischer Räume	278
67. Adjungiertheitseigenschaften	288
68. Normierte Vektorräume	300

Geometrie in Vektorräumen

69. Affine Geometrie	305
70. Projektive Geometrie	315
71. Konvexgeometrie	323
72. Metrische Geometrie	337

Rechnen mit Grenzwerten

73. Die Vollständigkeit der Zahlengeraden	343
74. Grenzwerte in der komplexen Zahlenebene	351
75. Reihen	354
76. Analytische Funktionen	359

Elementare Funktionen

77. Wurzeln, Potenzen, Logarithmen	365
78. Exponential- und Logarithmusfunktionen	371
79. Winkel- und Bogenfunktionen	377
80. Hyperbel- und Areafunktionen	381

Metrische Strukturen

81. Metrische Räume	385
82. Stetigkeit	390
83. Vollständigkeit metrischer Räume	395
84. Konvergenz in normierten Räumen	403

Topologische Strukturen

85. Topologische Räume	415
86. Der allgemeine Stetigkeitsbegriff	426
87. Kompaktheit	436
88. Zusammenhangseigenschaften	443

Differentialrechnung in einer Variablen

89. Ableitungsbegriff und Ableitungsregeln	453
90. Differentiation vektorwertiger Funktionen	461
91. Ableitungswerte und lokales Verhalten	465
92. Stammfunktionen	478

Differentialrechnung in Banachräumen

93. Ableitungen längs Kurven	483
94. Differenzierbarkeit als Linearisierbarkeit	491
95. Optimierungsaufgaben	505
96. Auflösen von Gleichungen	515

Differentialrechnung auf Mannigfaltigkeiten

97. Mannigfaltigkeiten	529
98. Optimierung auf Mannigfaltigkeiten	539
99. Krümmung von Kurven	546
100. Krümmung von Hyperflächen	553

Inhaltsbestimmung von Mengen

101. Die Jordan-Peanosche Inhaltstheorie	559
102. Inhalte elementargeometrischer Figuren	567
103. Die Borel-Lebesguesche Maßtheorie	572
104. Abstrakte Maßtheorie	575

Der Begriff des Integrals

105. Der Riemannsche Integralbegriff	589
106. Strukturelle Eigenschaften des Integrals	599
107. Der Lebesguesche Integralbegriff	604
108. Abstrakte Integration	609

Berechnung von Integralen

109. Berechnung von Einfachintegralen	623
110. Numerische Integration	636
111. Berechnung von Mehrfachintegralen	641
112. Anwendungen der Integralrechnung	658

Integration auf Mannigfaltigkeiten

113. Integration skalarer Funktionen	677
114. Integration von Differentialformen	680
115. Äußere Ableitung einer Differentialform	688
116. Der Stokessche Integralsatz	693

Gewöhnliche Differentialgleichungen

117. Grundlegende Begriffe und elementare Lösungsmethoden	701
118. Existenz- und Eindeigkeitssätze	710
119. Lineare Differentialgleichungen	721
120. Beispiele aus der Mechanik	734

Dynamische Systeme

121. Qualitative Untersuchung von Differentialgleichungen	751
122. Lineare und linearisierte Systeme	755
123. Stabilität von Gleichgewichtslagen	759
124. Anwendungsbeispiel: Populationsmodelle	766

Integraltransformationen

125. Faltungen	771
126. Fourier-Reihen	776
127. Fourier-Integrale	782
128. Laplace-Transformation	788

Grundlagen der Stochastik

129. Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung	793
130. Zufallsvariablen	801
131. Neue Zufallsvariablen aus alten	806
132. Kenngrößen für Zufallsvariablen	812

Anwendung stochastischer Methoden

133. Statistische Schätztheorie	821
134. Schätzung von System- und Meßparametern	825
135. Hypothesentests	829
136. Markovsche Ketten	833

Funktionentheorie

137. Beispiele komplexer Funktionen	845
138. Komplexe Differenzierbarkeit	850
139. Der Residuenkalkül	858
140. Einfach zusammenhängende Gebiete	867

Index	871
------------------------	-----