



Thoralf Räsch

**Übungsbuch Mathematik
für Naturwissenschaftler
für
dummies®**

Fachkorrektur von Matthias Delbrück

WILEY

WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	11
Danksagung	12
Einleitung	21
Über dieses Buch	21
Törichte Annahmen über den Leser	21
Konventionen in diesem Buch	22
Wie dieses Buch aufgebaut ist	22
Teil I: Algebraische und analytische Grundlagen	23
Teil II: Differenziation – die Kunst des Ableitens	23
Teil III: Integration – eine Kunst für sich	23
Teil IV: Lineare Algebra	23
Teil V: Grundlagen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	24
Teil VI: Fortgeschrittene Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	24
Teil VII: Der Top-Ten-Teil	24
Anhang	24
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	24
Wie es weitergeht	25
TEIL I	
ALGEBRAISCHE UND ANALYTISCHE GRUNDLAGEN	27
Kapitel 1	
Der Sandkasten der Mathematik	29
Mit den logischen Grundlagen starten	29
Aufgaben zum Üben	31
Zahlen, Klammern, Brüche, Potenzen und Wurzeln	32
Aufgaben zum Üben	32
Gleichungen und Ungleichungen in Angriff nehmen	33
Aufgaben zum Üben	34
Lösungen zu den Aufgaben	35
Kapitel 2	
Mengen, Induktion, Prozente und Zinsen	47
Einfache Mengenoperationen und Venndiagramme	47
Aufgaben zum Üben	49
Vollständige Induktion bezwingt die Unendlichkeit	50
Aufgaben zum Üben	50
Prozentrechnung für den Alltag	51
Aufgaben zum Üben	51
Zins- und Zinseszinsrechnung zum Verstehen	52
Aufgaben zum Üben	52
Lösungen zu den Aufgaben	53

Kapitel 3 Elementare Funktionen, Grenzwerte und Stetigkeit..... 65

Grundlegende Funktionen mit ihren Eigenschaften	65
Von Umkehrfunktionen und inversen Funktionen	66
Aufgaben zum Üben	67
Funktionen mithilfe von Grenzwerten auswerten.....	68
Aufgaben zum Üben	69
Funktionen und ihre (Un-)Stetigkeitsstellen	70
Aufgaben zum Üben	71
Lösungen zu den Aufgaben.....	71

TEIL II DIFFERENZATION – DIE KUNST DES ABLEITENS..... 81

Kapitel 4 Idee und Regeln des Ableitens – nur wer sich ändert, bleibt sich treu..... 83

Der wichtige Differenzenquotient	83
Grundlegende Regeln der Differenziation.....	84
Aufgaben zum Üben	85
Differenziationsregeln für Profis	85
Aufgaben zum Üben	86
Lösungen zu den Aufgaben.....	87

Kapitel 5 Die Extrem-, Wende- und Sattelpunkte sowie Taylorpolynome..... 95

Kurvendiskussion: Extrem-, Wende-, Sattelpunkte und Krümmungsverhalten berechnen	95
Aufgaben zum Üben	98
Den Zwischen- und Mittelwertsatz benutzen	99
Aufgaben zum Üben	101
Rettungsanker Taylorpolynom.....	101
Aufgaben zum Üben	101
Die nützliche Regel von l'Hospital.....	102
Aufgaben zum Üben	102
Lösungen zu den Aufgaben.....	103

TEIL III FOLGEN, REIHEN UND DIE KUNST DES INTEGRIERENS..... 127

Kapitel 6 Von Folgen und Reihen..... 129

Konvergenzregeln für Zahlenfolgen anwenden	129
Aufgaben zum Üben	131
Konvergenzregeln für Reihen anwenden	131

Aufgaben zum Üben	133
Umordnungssätze einmal praktisch gesehen	134
Aufgaben zum Üben	135
Lösungen zu den Aufgaben	136

Kapitel 7

Integration: Differenziation rückwärts 145

Integrationstheorie leicht gemacht – das Riemannintegral	145
Integration durch Substitution	148
Integration durch partielles Integrieren	150
Integrieren mittels Partialbruchzerlegung	151
Aufgaben zum Üben	153
Lösungen zu den Aufgaben	154

TEIL IV

LINEARE ALGEBRA 167

Kapitel 8

Grundlagen von Vektorräumen verstehen 169

Die Werkzeugkiste für Vektoren im Vektorraum	169
Aufgaben zum Üben	172
Untervektorräume – Vektorräume in Vektorräumen	173
Aufgaben zum Üben	174
Vektoren und ihre Koordinaten	175
Aufgaben zum Üben	175
Lösungen zu den Aufgaben	176

Kapitel 9

Lineare Abbildungen, Matrizen und lineare Gleichungssysteme verknüpfen 193

Geradengleichungen und ihre Lagebeziehungen	193
Aufgaben zum Üben	195
Rechnen mit Matrizen	196
Aufgaben zum Üben	197
Artenvielfalt von linearen Gleichungssystemen	197
Aufgaben zum Üben	200
Lineare Abbildungen erkennen	201
Aufgaben zum Üben	202
Lösungen zu den Aufgaben	202

Kapitel 10

Matrizenrechnung leicht verständlich 217

Bilder und Kerne, Ränge und Defekte	217
Aufgaben zum Üben	219
Darstellung von linearen Abbildungen durch Matrizen	220
Aufgaben zum Üben	221

18 Inhaltsverzeichnis

Matrizen und ihre Determinanten	222
Aufgaben zum Üben	224
Die Cramersche Regel	224
Aufgaben zum Üben	225
Flächen und Volumina mittels Determinanten bestimmen.....	225
Aufgaben zum Üben	226
Lösungen zu den Aufgaben.....	226
Auf Linearität prüfen.....	233

Kapitel 11

Keine Angst vor Basistransformation, Eigenwerttheorie und Diagonalisieren 239

Basistransformation und Matrixdarstellung bezüglich beliebiger Basen.....	239
Aufgaben zum Üben	241
Eigenwerte, Eigenvektoren und Eigenräume.....	242
Aufgaben zum Üben	243
Matrizen einfach diagonalisieren	244
Aufgaben zum Üben	245
Drehungen und Spiegelungen.....	246
Aufgaben zum Üben	246
Lösungen zu den Aufgaben.....	246

Kapitel 12

Real, aber selten reell: komplexe Zahlen 263

Einfache komplexe Rechenoperationen	263
Aufgaben zum Üben	265
Rechnen mit komplexen Gleichungen.....	265
Aufgaben zum Üben	266
Polarkoordinaten und Einheitswurzeln	266
Aufgaben zum Üben	269
Lösungen zu den Aufgaben.....	269

TEIL V

GRUNDLAGEN DER STOCHASTIK..... 279

Kapitel 13

Von Mittelwerten, Quantilen und vertrauenswürdigen Zusammenhängen 281

Qualitative und quantitative Daten beschreiben	281
Aufgaben zum Üben	282
Lagemaße, Perzentile und Boxplots	282
Aufgaben zum Üben	284
Standardabweichung	285
Aufgaben zum Üben	286
Streudiagramme und Korrelationskoeffizienten.....	286
Aufgaben zum Üben	288
Lösungen zu den Aufgaben.....	289

Kapitel 14	
Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf einen Blick.....	299
Im Dschungel der Wahrscheinlichkeiten überleben	299
Aufgaben zum Üben	301
Unabhängige und einander ausschließende Ereignisse.....	303
Aufgaben zum Üben	304
Von Urnen und Kugeln	304
Aufgaben zum Üben	306
Lösungen zu den Aufgaben.....	306

Kapitel 15	
Venn- und Baumdiagramme und der Satz von Bayes.....	317
Wahrscheinlichkeiten in Venndiagrammen.....	317
Aufgaben zum Üben	318
Wahrscheinlichkeiten in Baumdiagrammen darstellen	319
Aufgaben zum Üben	319
Das Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit.....	320
Aufgaben zum Üben	321
Der Satz von Bayes.....	321
Aufgaben zum Üben	322
Lösungen zu den Aufgaben.....	322

TEIL VI STOCHASTIK FÜR FORTGESCHRITTENE.....333

Kapitel 16	
Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	335
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen	335
Aufgaben zum Üben	337
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen	338
Aufgaben zum Üben	339
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer stetigen Zufallsvariablen	339
Aufgaben zum Üben	341
Lösungen zu den Aufgaben.....	341

Kapitel 17	
Die wunderbare Welt der diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	355
Diskrete Gleichverteilung	355
Aufgaben zum Üben	356
Binomialverteilung.....	356
Aufgaben zum Üben	358

Poissonverteilung	358
Aufgaben zum Üben	360
Geometrische Verteilung.....	360
Aufgaben zum Üben	361
Hypergeometrische Verteilung.....	361
Aufgaben zum Üben	363
Lösungen zu den Aufgaben.....	363

Kapitel 18

Die wunderbare Welt der stetigen

Wahrscheinlichkeitsverteilungen..... 371

Stetige Gleichverteilung	371
Aufgaben zum Üben	372
Normalverteilung.....	373
Aufgaben zum Üben	376
Exponentialverteilung	376
Aufgaben zum Üben	377
Lösungen zu den Aufgaben.....	378

TEIL VII

DER TOP-TEN-TEIL..... 387

Kapitel 19

Zehn Ratschläge für einen erfolgreichen Abschluss Ihres

Mathekurses..... 389

Der Kurs beginnt pünktlich in der ersten Vorlesung.....	389
Besuchen Sie die Vorlesungen und Übungen.....	390
Verschaffen Sie sich ordentliche Mitschriften.....	390
Schauen Sie auch in die Bücher.....	390
Lösen Sie die wöchentlichen Übungsaufgaben.....	391
Gruppenarbeit nicht ausnutzen.....	391
Lernen Sie nicht nur für die Klausur.....	391
Klausurvorbereitung beginnt nicht einen Tag vorher.....	392
Aus Fehlern lernen.....	392
Der eigene Kurs ist immer der wichtigste!.....	392

Anhang A

Tabellen beliebter Verteilungsfunktionen..... 393

Stichwortverzeichnis..... 401