

Hans-Otto Georgii

# Stochastik

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie  
und Statistik

4., überarbeitete und erweiterte Auflage



Walter de Gruyter  
Berlin · New York

# Inhalt

Vorwort	v
Zufall und Mathematik	1
<b>I Wahrscheinlichkeitstheorie</b>	<b>5</b>
<b>1 Mathematische Beschreibung von Zufallssituationen</b>	<b>7</b>
1.1 Wahrscheinlichkeitsräume	7
1.2 Eigenschaften und Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen	15
1.3 Zufallsvariablen	20
Aufgaben	24
<b>2 Stochastische Standardmodelle</b>	<b>27</b>
2.1 Die Gleichverteilungen	27
2.2 Urnenmodelle mit Zurücklegen	30
2.3 Urnenmodelle ohne Zurücklegen	35
2.4 Die Poisson-Verteilungen	39
2.5 Wartezeit-Verteilungen	40
2.6 Die Normalverteilungen	46
Aufgaben	48
<b>3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit</b>	<b>52</b>
3.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	52
3.2 Mehrstufige Modelle	59
3.3 Unabhängigkeit	66
3.4 Existenz unabhängiger Zufallsvariablen, Produktmaße	71
3.5 Der Poisson-Prozess	76
3.6 Simulationsverfahren	80
3.7 Asymptotische Ereignisse	85
Aufgaben	87

<b>4 Erwartungswert und Varianz</b>	93
4.1 Der Erwartungswert . . . . .	93
4.2 Wartezeitparadox und fairer Optionspreis . . . . .	101
4.3 Varianz und Kovarianz . . . . .	108
4.4 Erzeugende Funktionen . . . . .	111
Aufgaben . . . . .	115
<b>5 Gesetz der großen Zahl und zentraler Grenzwertsatz</b>	120
5.1 Das Gesetz der großen Zahl . . . . .	120
5.2 Die Normalapproximation der Binomialverteilungen . . . . .	132
5.3 Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	140
5.4 Normal- oder Poisson-Approximation? . . . . .	145
Aufgaben . . . . .	147
<b>6 Markov-Ketten</b>	153
6.1 Die Markov-Eigenschaft . . . . .	153
6.2 Absorptionswahrscheinlichkeiten . . . . .	157
6.3 Asymptotische Stationarität . . . . .	161
6.4 Rückkehr zum Startpunkt . . . . .	173
Aufgaben . . . . .	182
<b>II Statistik</b>	191
<b>7 Parameterschätzung</b>	193
7.1 Der Ansatz der Statistik . . . . .	193
7.2 Die Qual der Wahl . . . . .	198
7.3 Das Maximum-Likelihood-Prinzip . . . . .	201
7.4 Erwartungstreue und quadratischer Fehler . . . . .	207
7.5 Beste Schätzer . . . . .	210
7.6 Konsistenz von Schätzern . . . . .	216
7.7 Bayes-Schätzer . . . . .	220
Aufgaben . . . . .	224
<b>8 Konfidenzbereiche</b>	229
8.1 Definition und Konstruktionsverfahren . . . . .	229
8.2 Konfidenzintervalle im Binomialmodell . . . . .	235
8.3 Ordnungsintervalle . . . . .	241
Aufgaben . . . . .	245

<b>9 Rund um die Normalverteilung</b>	249
9.1 Die mehrdimensionale Normalverteilung . . . . .	249
9.2 Die $\chi^2$ -, $F$ - und $t$ -Verteilungen . . . . .	252
Aufgaben . . . . .	259
<b>10 Testen von Hypothesen</b>	263
10.1 Entscheidungsprobleme . . . . .	263
10.2 Alternativtests . . . . .	269
10.3 Beste einseitige Tests . . . . .	274
10.4 Parametertests im Gauß-Produktmodell . . . . .	277
Aufgaben . . . . .	287
<b>11 Asymptotische Tests und Rangtests</b>	291
11.1 Normalapproximation von Multinomialverteilungen . . . . .	291
11.2 Der Chiquadrat-Anpassungstest . . . . .	298
11.3 Der Chiquadrat-Test auf Unabhängigkeit . . . . .	305
11.4 Ordnungs- und Rangtests . . . . .	311
Aufgaben . . . . .	321
<b>12 Regressions- und Varianzanalyse</b>	326
12.1 Einfache lineare Regression . . . . .	326
12.2 Das lineare Modell . . . . .	330
12.3 Das lineare Gauß-Modell . . . . .	334
12.4 Varianzanalyse . . . . .	342
Aufgaben . . . . .	351
Lösungsskizzen	357
Verteilungstabellen	383
Literatur	389
Symbolverzeichnis	393
Index	397