

# Statistik für Ingenieure und Naturwissenschaftler

Grundlagen und Anwendung statistischer Verfahren

Prof. Dr. Richard Mohr



Kontakt & Studium  
Band 557

Herausgeber:  
Dr.-Ing. Michael Mettner  
Technische Akademie Esslingen  
Weiterbildungszentrum  
DI Elmar Wippler, expert verlag  
Begründet von  
Prof. Dr.-Ing. Wilfried J. Bartz  
Prof. Dr. Eugen Kruppke †

**expert**  **verlag**®

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Beschreibende Statistik</b>	<b>2</b>
2.1	Merkmaltypen und Stichproben . . . . .	2
2.2	Graphische Darstellung . . . . .	3
2.2.1	Qualitative Merkmale (Stabdiagramm, Kreissektor) . . . . .	3
2.2.2	Quantitative Merkmale (Histogramm) . . . . .	3
2.3	Mittelwerte . . . . .	5
2.3.1	Arithmetisches Mittel . . . . .	5
2.3.2	Median . . . . .	6
2.3.3	Harmonisches Mittel . . . . .	7
2.3.4	Geometrisches Mittel . . . . .	7
2.4	Quantile einer Stichprobe . . . . .	8
2.5	Streuungsmaße . . . . .	9
2.5.1	Mittlerer Abstand . . . . .	10
2.5.2	Varianz und Standardabweichung . . . . .	10
2.6	Transformation, Ränge . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Korrelation und Regression</b>	<b>15</b>
3.1	Lineare Korrelation . . . . .	16
3.2	Regression . . . . .	22
3.2.1	Empirische Regressionskurven . . . . .	22
3.2.2	Regression zweiter Art . . . . .	23
3.2.3	Regressionsgerade . . . . .	24
3.2.4	Regressionskurven allgemeiner Art . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Zeitreihen</b>	<b>29</b>
4.1	Autokorrelation . . . . .	29
4.2	Komponentenmodell . . . . .	31
4.2.1	Trendbestimmung . . . . .	32
4.2.2	Glatte Komponente . . . . .	35
4.2.3	Saisonbereinigung . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Wahrscheinlichkeit</b>	<b>40</b>
5.1	Klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	42
5.2	Grenzen des klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs . . . . .	45

---

5.3	Geometrische Wahrscheinlichkeiten . . . . .	45
5.4	Stetige Zufallsgrößen . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Zufallsvariable</b> . . . . .	<b>49</b>
6.1	Diskrete Zufallsvariable . . . . .	50
6.1.1	Erwartungswert einer diskreten ZV . . . . .	51
6.1.2	Varianz und Standardabweichung bei einer diskreten ZV . . . . .	52
6.2	Stetige Zufallsvariable . . . . .	53
6.3	Eigenschaften von Erwartungswert und Varianz . . . . .	55
6.3.1	Lineare Transformation . . . . .	55
6.3.2	Summe von Zufallsvariablen . . . . .	55
6.3.3	Nichtlineare Transformationen . . . . .	58
6.3.4	Gaußsche Fehlerfortpflanzung . . . . .	60
<b>7</b>	<b>Spezielle diskrete Verteilungen</b> . . . . .	<b>61</b>
7.1	Binomialverteilung . . . . .	61
7.2	Geometrische Verteilung . . . . .	64
7.3	Poissonverteilung . . . . .	67
<b>8</b>	<b>Lebensdauerverteilungen</b> . . . . .	<b>70</b>
<b>9</b>	<b>Normalverteilung</b> . . . . .	<b>73</b>
9.1	Gaußsche Glockenkurven . . . . .	73
9.2	Standard-Normalverteilung . . . . .	76
9.3	Verteilungsfunktion der $N(0, 1)$ -Normalverteilung . . . . .	78
9.4	$N(\mu, \sigma^2)$ -Verteilung . . . . .	79
9.5	Approximation der Binomialverteilung . . . . .	82
9.6	Lognormal-Verteilung . . . . .	83
<b>10</b>	<b>Wichtige Prüfverteilungen</b> . . . . .	<b>84</b>
10.1	$\chi^2$ -Verteilung . . . . .	84
10.2	Student-Verteilung . . . . .	86
10.3	$F$ -Verteilung . . . . .	87
<b>11</b>	<b>Stichprobentheorie</b> . . . . .	<b>89</b>
11.1	Vorgehensweise bei statistischen Verfahren . . . . .	89
11.2	Stichproben bei endlichen Grundgesamtheiten . . . . .	90
11.3	Stichprobenwerte als Realisierung von Zufallsvariablen . . . . .	90

<b>12 Parameterschätzung</b>	<b>91</b>
12.1 Schätzwert für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit . . . . .	92
12.2 Schätzwert für den relativen Anteil in einer endlichen Grundgesamtheit . . . . .	92
12.3 Schätzwert für einen unbekanntes Erwartungswert . . . . .	93
12.4 Schätzwerte für eine unbekanntes Varianz . . . . .	94
12.5 Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	95
<b>13 Konfidenzintervalle</b>	<b>98</b>
13.1 Konfidenzintervalle für Parameter der Normalverteilung . . . . .	99
13.2 Konfidenzintervall für eine Wahrscheinlichkeit $p$ . . . . .	103
13.3 Konfidenzintervall für den Erwartungswert $\lambda$ einer Poissionverteilung . . . . .	105
<b>14 Signifikanztests</b>	<b>108</b>
14.1 Tests über Parameter der Normalverteilung . . . . .	111
14.1.1 Test eines Erwartungswerts $\mu$ bei bekannter Varianz $\sigma^2$ . . . . .	111
14.1.2 Test eines Erwartungswerts $\mu$ bei unbekannter Varianz . . . . .	112
14.1.3 Test einer unbekanntes Varianz $\sigma^2$ . . . . .	113
14.2 Test einer unbekanntes Wahrscheinlichkeit . . . . .	114
14.3 Zusammenhang mit Konfidenzintervallen . . . . .	115
14.4 Vergleich der Parameter zweier Verteilungen . . . . .	115
14.4.1 Test der Erwartungswerte zweier unabhängiger Verteilungen . . . . .	116
14.4.2 Test der Erwartungswerte zweier verbundener Stichproben . . . . .	118
14.5 Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten . . . . .	119
14.6 Gütefunktion . . . . .	120
<b>15 Vertrauensintervall für Regressionsgeraden</b>	<b>122</b>
15.1 Schätzung der Parameter . . . . .	123
15.2 Vertrauens- und Prognose-Intervall . . . . .	125
15.3 Regressionsanalyse . . . . .	126
<b>16 Überprüfung von Voraussetzungen</b>	<b>130</b>
16.1 Quantil-Quantil-Diagramm . . . . .	130
16.2 $\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	132
16.2.1 Test von vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten . . . . .	133
16.2.2 Test einer Verteilungsfunktion . . . . .	135
<b>17 <math>\chi^2</math>-Unabhängigkeitstests</b>	<b>139</b>

