

# Statistik

Von

**Dr. Günter Bamberg**

o. Professor für Statistik

und

**Dr. habil. Franz Baur**

Universität Augsburg

12., überarbeitete Auflage

**R. Oldenbourg Verlag München Wien**

# INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	IX
Liste wichtiger Symbole	XI
1. Einführung	1
1.1 Zweierlei Bedeutung des Begriffs Statistik	1
1.2 Auswahl des Stoffes	1
<b>Teil I: Deskriptive Statistik</b>	<b>3</b>
2. Grundbegriffe der Datenerhebung	5
2.1 Merkmal, Merkmalsausprägung, Merkmalsträger, statistische Masse	5
2.2 Verschiedene Typen statistischer Massen, Bestands- und Bewegungsmassen	5
2.3 Verschiedene Typen von Merkmalen, Skalierung, Klassierung	6
2.4 Verschiedene Typen statistischer Erhebungen	9
2.5 Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise	10
3. Auswertungsmethoden für eindimensionales Datenmaterial	11
3.1 Häufigkeitsverteilungen	11
3.1.1 Absolute und relative Häufigkeitsverteilung	11
3.1.2 Histogramm, Hinweise zur Klassenbildung	13
3.1.3 Kumulierte Häufigkeitsverteilung, empirische Verteilungsfunktion	15
3.2 Lageparameter	16
3.2.1 Modalwert, Median, arithmetisches und geometrisches Mittel	16
3.2.2 Eigenschaften der Lageparameter und Vergleich	18
3.3 Streuungsparameter	20
3.3.1 Spannweite, durchschnittliche Abweichung, mittlere quadratische Abweichung, Standardabweichung, Variationskoeffizient	21
3.3.2 Eigenschaften der mittleren quadratischen Abweichung und der Standardabweichung	22
3.4 Konzentrationsmaße	24
3.4.1 Lorenzkurve	24
3.4.2 Gini-Koeffizient	26
3.4.3 Weitere Konzentrationsmaße	28
3.5 Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise	29
4. Auswertungsmethoden für mehrdimensionales Datenmaterial	31
4.1 Kontingenztafel, Randhäufigkeit, bedingte Häufigkeit, Streudiagramm	31
4.2 Korrelationsrechnung	35
4.2.1 Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient	36
4.2.2 Rangkorrelationskoeffizient von Spearman	38
4.2.3 Kontingenzkoeffizient	40
4.3 Regressionsrechnung	42
4.3.1 Lineare Regression	42
4.3.2 Nichtlineare Regression	46

	Seite
4.4 Die Berücksichtigung von mehr als zwei Merkmalen . . . . .	48
4.5 Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise . . . . .	49
5. Verhältniszahlen und Indexzahlen . . . . .	53
5.1 Klassifikation der Verhältniszahlen . . . . .	53
5.2 Allgemeine Bemerkungen über Preisindizes . . . . .	54
5.3 Spezielle Preisindizes . . . . .	55
5.3.1 Die Preisindizes von Laspeyres und Paasche . . . . .	55
5.3.2 Weitere Preisindizes . . . . .	58
5.4 Mengenindizes . . . . .	58
5.5 Umbasierung, Verkettung und Verknüpfung von Indexwerten . . . . .	59
5.5.1 Umbasierung . . . . .	60
5.5.2 Verkettung . . . . .	60
5.5.3 Verknüpfung . . . . .	60
5.6 Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise . . . . .	61
6. Zeitreihenzerlegung und Saisonbereinigung . . . . .	63
6.1 Das additive Zeitreihenmodell . . . . .	63
6.2 Zur Ermittlung der Zeitreihenkomponenten . . . . .	65
6.3 Gleitende Durchschnitte . . . . .	66
6.4 Saisonbereinigung bei konstanter Saisonfigur . . . . .	68
6.5 Saisonbereinigung bei variabler Saisonfigur . . . . .	70
6.6 Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise . . . . .	72
<b>Teil II: Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .</b>	<b>75</b>
7. Zufallsvorgänge, Ereignisse und Wahrscheinlichkeiten . . . . .	77
7.1 Zufallsvorgänge . . . . .	77
7.2 Ereignisse und ihre Darstellung . . . . .	78
7.3 Wahrscheinlichkeit von Ereignissen . . . . .	80
7.3.1 Die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	80
7.3.2 Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	81
7.3.3 Häufigkeitsinterpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs . . . . .	83
7.3.4 Regeln für Wahrscheinlichkeiten . . . . .	84
7.3.5 Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	86
7.3.6 Unabhängigkeit von Ereignissen . . . . .	88
7.4 Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise . . . . .	89
8. Zufallsvariablen und Verteilungen . . . . .	93
8.1 Verschiedene Typen von Zufallsvariablen . . . . .	93
8.1.1 Eindimensionale Zufallsvariablen . . . . .	93
8.1.2 Mehrdimensionale Zufallsvariablen . . . . .	94
8.1.3 Unabhängigkeit von Zufallsvariablen . . . . .	95
8.2 Die Verteilungsfunktion einer eindimensionalen Zufallsvariablen . . . . .	96
8.3 Eindimensionale diskrete Zufallsvariablen . . . . .	97
8.4 Wichtige diskrete Verteilungen . . . . .	99
8.4.1 Binomialverteilung . . . . .	99
8.4.2 Hypergeometrische Verteilung . . . . .	101
8.4.3 Poisson-Verteilung . . . . .	103
8.5 Eindimensionale stetige Zufallsvariablen . . . . .	104
8.6 Wichtige stetige Verteilungen . . . . .	106
8.6.1 Gleichverteilung . . . . .	106
8.6.2 Exponentialverteilung . . . . .	107
8.6.3 Normalverteilung . . . . .	108

	Seite	
8.7	Verteilung mehrdimensionaler Zufallsvariablen . . . . .	112
8.7.1	Die gemeinsame Verteilungsfunktion . . . . .	112
8.7.2	Mehrdimensionale diskrete bzw. stetige Zufallsvariablen . . . . .	113
8.7.3	Randverteilung und bedingte Verteilung . . . . .	115
8.7.4	Äquivalente Bedingungen für die Unabhängigkeit von Zufallsvariablen . . . . .	116
9.	Verteilungsparameter . . . . .	119
9.1	Lageparameter: Modus, Median, Erwartungswert . . . . .	119
9.2	Streuungsparameter: Varianz und Standardabweichung . . . . .	122
9.3	Erwartungswerte und Varianzen wichtiger Verteilungen . . . . .	123
9.4	Weitere Aussagen über Erwartungswert und Varianz . . . . .	124
9.5	Kovarianz und Korrelation zweier Zufallsvariablen . . . . .	125
9.6	Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise . . . . .	127
10.	Gesetz der großen Zahlen und zentraler Grenzwertsatz . . . . .	129
10.1	Gesetz der großen Zahlen . . . . .	129
10.2	Zentraler Grenzwertsatz . . . . .	130
<b>Teil III: Induktive Statistik</b>		<b>133</b>
11.	Grundlagen der induktiven Statistik . . . . .	135
11.1	Grundgesamtheit und uneingeschränkte Zufallsauswahl, Verteilung der Grundgesamtheit, Stichprobenvariable und einfache Stichprobe . . . . .	135
11.2	Stichprobenraum, Stichprobenfunktion, Testverteilungen . . . . .	137
11.2.1	Bezeichnungen . . . . .	137
11.2.2	Wichtige Stichprobenfunktionen . . . . .	139
11.2.3	Testverteilungen . . . . .	141
11.2.4	Verteilungen von Stichprobenfunktionen . . . . .	144
12.	Punkt-Schätzung . . . . .	147
12.1	Erwartungstreue und wirksamste Schätzfunktionen . . . . .	147
12.2	Konsistente Schätzfunktionen . . . . .	150
12.3	Das Prinzip der kleinsten Quadrate . . . . .	151
12.4	Das Maximum-Likelihood-Prinzip . . . . .	153
12.5	Bayes-Schätzfunktionen . . . . .	156
12.6	Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise . . . . .	158
13.	Intervall-Schätzung . . . . .	161
13.1	Symmetrische Konfidenzintervalle für den Erwartungswert $\mu$ . . . . .	162
13.1.1	Normalverteilte Grundgesamtheit mit bekannter Varianz . . . . .	162
13.1.2	Normalverteilte Grundgesamtheit mit unbekannter Varianz . . . . .	165
13.1.3	Beliebig verteilte, insbesondere dichotome Grundgesamtheit . . . . .	166
13.2	Symmetrische Konfidenzintervalle für die Varianz $\sigma^2$ bei normalverteilter Grundgesamtheit . . . . .	168
13.3	Kritische Zusammenfassung, Literaturhinweise . . . . .	170
14.	Signifikanztests . . . . .	173
14.1	Einführungsbeispiel: Einstichproben-Gaußtest . . . . .	173
14.2	Aufbau und Interpretation von Signifikanztests . . . . .	179
14.3	Klassifikation der Signifikanztests . . . . .	183
14.3.1	Signifikanztests bei einer einfachen Stichprobe . . . . .	183

