

Karl Heinz Borgwardt

**Optimierung
Operations Research
Spieltheorie**

Mathematische Grundlagen

Birkhäuser Verlag
Basel · Boston · Berlin

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xii
Vorwort	xvii
Lineare Optimierung	
Überblick	1
1 Einführung	
1.1 Optimierungsprobleme	4
1.2 Beispiele für lineare Optimierungsprobleme	7
1.3 Bezeichnungen, Schreibweisen und Abkürzungen	12
1.4 Übungsaufgaben	15
2 Lineare Ungleichungssysteme	
2.1 Das Lemma von Farkas und andere Alternativsätze	17
2.2 Darstellungsformen und Transformationen	25
2.3 Übungsaufgaben	28
3 Grundlagen der Polyedertheorie	
3.1 Konvexität	31
3.2 Der Satz von Caratheodory	35
3.3 Polyeder und polyedrische Kegel	37
3.4 Seitenflächen von Polyedern	41
3.5 Primitive Seitenflächen	47
3.6 Übungsaufgaben	49

4 Erzeugung und Darstellung von Polyedern	
4.1 Endliche Erzeugermengen	51
4.2 Der Darstellungssatz von Weyl	53
4.3 Der Zerlegungssatz für Polyeder	55
4.4 Spitze Polyeder	60
4.5 Übungsaufgaben	62
5 Dualität	
5.1 Duale Probleme	63
5.2 Dualitätssätze	68
5.3 Sätze vom komplementären Schlupf	71
5.4 Dualität, Schattenpreise und Sensitivitätsanalyse	75
5.5 Übungsaufgaben	81
6 Das Simplexverfahren	
6.1 Ein Verbesserungsalgorithmus	83
6.2 Die Tableaumethode	90
6.3 Bestimmung einer zulässigen Ecke	94
6.4 Sicherstellung der Endlichkeit des Verfahrens	105
6.5 Übungsaufgaben	109
7 Variationen des Simplexverfahrens	
7.1 Das variablenorientierte Simplexverfahren	111
7.2 Restrikt. Algorithmus und duales Problem	117
7.3 Äußerer Algorithmus für das primale Problem	119
7.4 Ein innerer Algorithmus für das duale Problem	120
7.5 Übungsaufgaben	122
8 Verbesserungen am Simplexverfahren	
8.1 Einsparmöglichkeiten beim Simplexverfahren	123
8.2 Revidiertes Simplexverfahren	124
8.3 Die Produktform der Inversen	127
8.4 Beispiel	130
8.5 Postoptimierung	133
8.6 Parametrische Optimierung	136
8.7 Übungsaufgaben	140

9 Komplexität des Simplexverfahrens

9.1 Die Kodierungslänge und Laufzeit 143
 9.2 Kodierungslängen für Lin. Optimierung 146
 9.3 Die Nichtpolynomialität von Simplexvarianten 149
 9.4 Probabilistische Analyse des Simplexalgorithmus 154

10 Die Ellipsoidmethode

10.1 Abschätzungen für die Ellipsoidmethode 161
 10.2 Ellipsoidmethode — ein polynomiales Verfahren 164

11 Innere-Punkte-Verfahren von Karmarkar

11.1 Der Algorithmus von Karmarkar 171
 11.2 Beendigung des Verfahrens 175
 11.3 Problemumformulierung 177
 11.4 Übungsaufgaben 181
 Ausblick 182

Nichtlineare Optimierung

Überblick 183

12 Einführung in die konvexe Optimierung

12.1 Beispielhafte Problemstellungen 185
 12.2 Konvexe Mengen 188
 12.3 Konvexität und Differenzierbarkeit 192
 12.4 Optimierungseigenschaften 204
 12.5 Verallgemeinerungen der Resultate 208
 12.6 Übungsaufgaben 214

13 Optimalitätskriterien

13.1 Probleme ohne Nebenbedingungen 217
 13.2 Probleme mit Ungleichungsrestriktionen 219
 13.3 Constraint Qualifications 226
 13.4 Hinzunahme von Gleichheitsbedingungen 231
 13.5 Übungsaufgaben 233

14 Dualität in der nichtlinearen Optimierung

14.1 Lagrange-Probleme 235
 14.2 Dualitätssätze 237
 14.3 Sattelpunkte 240
 14.4 Übungsaufgaben 244

15 Algorithmen	
15.1 Konzeption und Konvergenz	245
15.2 Komposition von Punkt-Menge-Abbildungen	249
15.3 Grundsätzliche Anforderungen an Algorithmen	254
15.4 Übungsaufgaben	255
16 Eindimensionale Optimierung (Liniensuche)	
16.1 Zusammenhang mit Nullstellenbestimmung	257
16.2 Direkte Suchmethoden für den Minimalpunkt	264
16.3 Liniensuche durch Kurvenanpassung	269
16.4 Abgeschlossenheit und Ungenauigkeit	276
16.5 Übungsaufgaben	283
17 Mehrdim. Suche ohne Nebenbedingungen	
17.1 Allgemeine Verfügbarkeit von Funktionswerten	285
17.2 Mehrdimensionale Suche mit Ableitungen	290
17.3 Methoden mit konjugierten Richtungen	298
17.4 Quasi-Newton-Verfahren (Variable Metrik)	305
17.5 Übungsaufgaben	309
18 Verfahren für restringierte Probleme	
18.1 Straffunktionsverfahren (Penalty-Verfahren)	312
18.2 Barriere-Funktionen	318
18.3 Methode von Zoutendijk	323
18.4 Die Gradienten-Projektionsmethode von Rosen	328
18.5 Übungsaufgaben	334
19 Karmarkars Algorithmus aus nichtlinearer Sicht	
19.1 Der skalierte steilste Abstieg (SSD)	337
19.2 Problemformulierung und Erfolgsmessung	339
19.3 Der Algorithmus von Karmarkar	341
19.4 Die Komplexität des Karmarkar-Algorithmus	344
20 Pfadverfolgungs-Methoden	
20.1 Der zentrale Pfad eines LP	347
20.2 Distanzmessung zum zentralen Pfad	350
20.3 Ein Newton-Verfahren auf Kern A	351
20.4 Einige vorbereitende Lemmas	353
20.5 Pfadfolgende Algorithmen und ihre Analyse	356
20.6 Auffinden eines Startpunktes und prob. Analyse	364
Ausblick	369

Ganzzahlige/Kombinatorische Optimierung

Überblick	371
21 Ganzzahlige lineare Optimierung	
21.1 Problemstellung	373
21.2 Theorie der Ganzzahligen Optimierung	374
21.3 Abschätzungen	379
21.4 Allgemeines Branch- und Bound-Verfahren	384
21.5 Ganzzahlige Optimierung mit Branch und Bound	390
21.6 Schnittebenenverfahren	392
21.7 Schnittebenenengenerierung bei Standardproblemen	403
21.8 Übungsaufgaben	404
22 Grundbegriffe der Graphentheorie	
22.1 Graphen	409
22.2 Grundlegende Zusammenhänge	412
22.3 Übungsaufgaben	414
23 Komplexität von Problemen/Algorithmen	
23.1 Kodierungslänge, Probleme und Algorithmen (Wiederholung) . . .	415
23.2 Die Klassen \mathbb{P} und NP	417
23.3 NP -vollständige Probleme	419
23.4 NP -schwere und NP -harte Probleme	422
23.5 Übungsaufgaben	425
24 Aufspannende Untergraphen und Wege	
24.1 Allg. kombinatorische Optimierungsprobleme	427
24.2 Bäume und Wälder	429
24.3 Kürzeste Wege in Graphen	438
24.4 Übungsaufgaben	449
25 Flüsse in Netzwerken	
25.1 Maximalflüsse	451
25.2 Das Maximalflussproblem als LP	458
25.3 Flüsse mit minimalen Kosten	461
25.4 Übungsaufgaben	472
26 Heuristiken	
26.1 Das Rucksackproblem	475
26.2 Das Traveling-Salesman-Problem	488
26.3 Übungsaufgaben	504
Ausblick	505

Spieltheorie

Überblick	509
27 Einleitung und Begriffsbildung	
27.1 Zweck der Spieltheorie	511
27.2 Klassifikationen	512
27.3 Übungsaufgaben	515
28 Mathematische Modelle für Spiele	
28.1 Der Informationsbegriff	517
28.2 Spiele in extensiver Form	519
28.3 Spiele in Normalform	522
28.4 Gemischte Strategien	524
28.5 Spiele in expliziter Form	525
28.6 Übungsaufgaben	527
29 Gleichgewichtspunkte	
29.1 Die Konzeption	529
29.2 Existenz von Gleichgewichtspunkten I	530
29.3 Existenz von Gleichgewichtspunkten II	535
29.4 Existenz von Gleichgewichtspunkten III	537
29.5 Zweckdienlichkeit gemischter Strategien	539
29.6 Diskussion des Lösungskonzepts	543
29.7 Übungsaufgaben	544
30 Zweipersonen-Nullsummenspiele	
30.1 Gleichgewichtsüberlegungen	545
30.2 Reduktion von 2-PNSS	546
30.3 Bayes-Strategien	549
30.4 Minimax-Strategien	551
30.5 Definite Zweipersonen-Nullsummenspiele	554
30.6 Übungsaufgaben	557
31 Zweipersonen-Nullsummenspiele	
31.1 Minimax-Strategien	559
31.2 Gemischte Strategien bei 2-PNSS in Matrixform	560
31.3 $k \times l$ -Matrixspiele und ihre Lösung als LP	564
31.4 Elementare Lösungsmethoden bei Matrixspielen	565
31.5 Übungsaufgaben	568

32 Zweipersonen-Nichtkonstantsummenspiele

32.1 Nichtkoop. 2-PNKSS	569
32.2 Kooperative Spiele ohne Drohungen	578
32.3 Kooperative Spiele mit Drohungen	587
32.4 Übungsaufgaben	592

33 n -Personenspiele

33.1 Kooperative n -Personenspiele	593
33.2 Koalitionsinterne Auszahlungsaufteilungen	596
33.3 Stabile Mengen	601
33.4 Der Shapley-Wert	604
33.5 Übungsaufgaben	606
Ausblick	607

Literaturverzeichnis	609
---------------------------------------	-----

Index	613
------------------------	-----