

**Ratschläge
zum mathematischen Umgang
mit Ungewißheit**

Reasonable Computing

Von Prof. Dr. Hans Bandemer



B. G. Teubner Verlagsgesellschaft
Stuttgart · Leipzig 1997

Inhalt

1	Einleitung	13
1.1	Anwendung der Mathematik	13
1.2	Die Qualität der mathematischen Behandlung	14
1.2.1	Die Qualität des Modells	14
1.2.2	Die Qualität des Lösungsverfahrens	17
1.2.3	Die Qualität der Daten	18
1.3	Zur Modellharmonie	20
1.4	Zur Informationsbilanz	21
2	Mathematische Darstellung einfacher Daten und Zusammenhänge	23
2.1	Einige elementare Verfahren der Datenanalyse	23
2.1.1	Daten und ihre Darstellung	23
2.1.2	Einfache Verfahren der Datenanalyse	26
2.2	Darstellung funktionaler Abhängigkeiten bei Daten	31
2.2.1	Abhängigkeit und Daten	31
2.2.2	Interpolation	33
2.3	Lokale Approximation	35
2.3.1	Approximation	36
2.3.2	Andere Approximationsprinzipie	44
2.3.3	Empirische Glättung	45
2.4	Globale Approximation	47
2.4.1	Näherungsweise funktionale Beziehungen	48
2.4.2	Approximation mit lokal variablen Ansätzen	50
2.4.3	Approximation in Differential- und Integralgleichungen	54
2.5	Näherungsweise Optimierung empirischer Funktionen	54
3	Erfassung und Verwendung der Beobachtungsunschärfe	56
3.1	Erfassung durch Intervalle	56

3.1.1	Einfache Fehlerfortpflanzung	56
3.1.2	Grundgedanken der Intervallmathematik	58
3.2	Erfassung durch unscharfe Mengen	60
3.2.1	Die Idee der unscharfen Menge	62
3.2.2	Spezifizierung unscharfer Mengen	65
3.2.3	Verknüpfungen allgemeiner unscharfer Mengen	72
3.2.4	Verknüpfungen über Funktionen und von Zahlen	74
3.2.5	Unscharfe Relationen	79
4	Erfassung und Verwendung der ungewissen Variabilität	82
4.1	Zufall und Wahrscheinlichkeit	82
4.1.1	Modellvorstellungen für den Zufall	82
4.1.2	Wahrscheinlichkeit	85
4.1.3	Zufallsgrößen und ihre Verteilungen	89
4.1.4	Asymptotische Aussagen	97
4.2	Probabilistische Inferenz	99
4.2.1	Stichproben	100
4.2.2	Parameterschätzung	104
4.2.3	Testen von Hypothesen	108
4.2.4	Probleme mit ungenauen Daten	111
4.3	BAYESsche Methoden	113
4.3.1	BAYESsche Inferenz	114
4.3.2	Hierarchische Inferenz und Robustheit	116
4.3.3	Numerische Probleme	118
5	Erfassung der Vagheit von Aussagen über Mengen	120
5.1	Unscharfe Maße	120
5.1.1	Die Idee des unscharfen Maßes	120
5.1.2	Formen und Eigenschaften unscharfer Maße	122
5.2	Einfache Inferenz mit unscharfen Maßen	125
5.2.1	Spezifizierung von partieller Ignoranz	125
5.2.2	Possibilistische Inferenz	129
5.3	Wahrscheinlichkeit und Unschärfe	131
5.3.1	Wahrscheinlichkeit unscharfer Ereignisse	132
5.3.2	Zufällige unscharfe Mengen	135
6	Lösungsmethoden aus der qualitativen Datenanalyse	137
6.1	Scharfe Klassifikation scharfer Daten	137
6.1.1	Das Problem der Clusteranalyse	137
6.1.2	Mathematische Fassung des Problems	139

6.1.3	Einige Verfahren der scharfen Clusterung	142
6.1.4	Cluster mit mathematisch-statistischem Hintergrund	145
6.1.5	Grundideen der neuronalen Netze	148
6.2	Unscharfe Klassifikation scharfer Daten	156
6.2.1	Unscharfe Cluster	156
6.2.2	Verfahren der unscharfen Clusteranalyse	158
6.3	Unscharfe Klassifikation unscharfer Daten	161
6.3.1	Unscharfe Ähnlichkeit unscharfer Daten	161
6.3.2	Verwendung des Konzepts zur Klassifikation	166
7	Bewertung funktionaler Beziehungen	171
7.1	Statistische Regressionsanalyse	172
7.1.1	Modellannahmen bei zufälligen Zielgrößen	172
7.1.2	Das Schätzproblem	175
7.1.3	Diskussion der Modellannahmen	177
7.1.4	Weitere Vorkenntnisse und Annahmen	182
7.1.5	Zufallseinflüsse bei allen Variablen	185
7.1.6	Lokale Regression im stochastischen Feld	186
7.2	Unscharfe Bewertung funktionaler Beziehungen	191
7.2.1	Scharfe Datenanalyse als Ausgangspunkt	192
7.2.2	Explorative Bewertung funktionaler Beziehungen	195
7.2.3	Bewertung mit Zusatzannahmen	203
7.2.4	Inferenz mit unscharfen Parameterwerten	204
8	Ausblick und Schlußfolgerungen	208
	Literatur	212
	Sachwortregister	222