

Hans Schneeweiß  
Hans-Joachim Mittag

# Lineare Modelle mit fehlerbehafteten Daten

Mit 50 Abbildungen und 18 Tabellen

Physica-Verlag Heidelberg Wien

# Inhaltsverzeichnis

|   |       |
|---|-------|
| Abbildungsverzeichnis .....                   | XV    |
| Tabellenverzeichnis .....                     | XVI   |
| Verzeichnis der Anwendungsbeispiele .....     | XVI   |
| Verzeichnis der wichtigsten Abkürzungen ..... | XVIII |

## 0 Einleitung

|   |    |
|---|----|
| 0.1 Fehler in den Variablen .....                         | 1  |
| 0.2 Ursachen und Ausmaß von Fehlern .....                 | 3  |
| 0.3 Modelle mit fehlerbehafteten Daten (FV-Modelle) ..... | 7  |
| 0.4 Gliederung des Textes .....                           | 10 |

## 1 Das lineare Modell mit fehlerbehafteten Daten

|   |    |
|---|----|
| 1.1 Modellgleichungen .....   | 13 |
| 1.1.1 Einfaches FV-Modell .....   | 13 |
| a. Grundform .....  | 13 |
| b. Symmetrische Form .....  | 15 |
| 1.1.2 Multiples FV-Modell .....   | 16 |
| a. Grundform .....  | 16 |
| b. Symmetrische Form .....  | 18 |
| c. Scheinvariablenbereinigung .....   | 19 |
| 1.2 Spezifikation der Meßfehler .....   | 21 |
| 1.2.1 Systematische Meßfehler .....   | 21 |
| a. Arten systematischer Fehler .....  | 21 |
| b. Fehlerbereinigung durch Datentransformation .....  | 22 |
| 1.2.2 Stochastische Meßfehler .....   | 23 |
| a. Das einfache FV-Modell .....   | 23 |
| b. Das multiple FV-Modell .....   | 23 |
| c. Ergänzende Annahmen für das einfache FV-Modell .....                                     | 26 |
| d. Ergänzende Annahmen für das multiple FV-Modell .....                                     | 29 |
| e. Beispiele aus der Ökonometrie, Agrarökonomie und Astronomie .....                        | 29 |
| 1.3 Auswirkungen von Meßfehlern .....   | 32 |
| 1.3.1 Auswirkungen systematischer Meßfehler auf Schätzung, Strukturkonstanz, Prognose ..... | 32 |
| a. Verzernte KQ-Schätzung des absoluten Gliedes bei konstanten Fehlern .....                | 32 |
| b. Verzernte KQ-Schätzung bei proportionalen Fehlern .....                                  | 34 |
| c. Approximation eines proportionalen Fehlers durch einen konstanten Fehler .....           | 35 |
| d. KQ-Schätzung im multiplen FV-Modell bei linearen Fehlern ..                              | 37 |
| e. Scheinbarer Strukturbruch und verzernte Prognosen .....                                  | 38 |
| 1.3.2 Auswirkungen stochastischer Meßfehler auf die Schätzung .....                         | 39 |
| a. Inkonsistenz der KQ-Schätzung .....  | 39 |
| b. Beispiele aus der Ökonometrie .....  | 44 |
| c. Asymptotisch verzernte Korrelationschätzung .....  | 46 |

|          |   |    |
|----------|---|----|
| 1.3.3    | Weitere Auswirkungen stochastischer Meßfehler .....                                     | 47 |
| a.       | Scheinbarer Strukturbruch .....   | 47 |
| b.       | Unterschiede in Zeitreihen- und Querschnittsanalysen .....                              | 51 |
| c.       | Asymptotische Autokorrelation in den KQ-Residuen .....                                  | 53 |
| d.       | Asymptotische serielle Korrelation zwischen KQ-Residuen und<br>exogener Variablen ..... | 54 |
| e.       | Nichtlinearität der empirischen Regression .....  | 55 |
| f.       | Verfälschung von Testergebnissen zur Granger-Kausalität .....                           | 55 |
| 1.4      | Das FV-Modell mit Zusatzinformation .....   | 56 |
| 1.4.1    | Informationen über die Meßfehlervarianzen .....   | 57 |
| a.       | Kenntnis einer Meßfehlervarianz .....   | 58 |
| b.       | Kenntnis des Quotienten der Meßfehlervarianzen .....                                    | 58 |
| c.       | Kenntnis beider Meßfehlervarianzen .....  | 59 |
| 1.4.2    | Replikationen .....   | 59 |
| 1.4.3    | Informationen über die latenten exogenen Variablen .....                                | 60 |
| a.       | Kenntnis einer Instrumentvariablen .....  | 60 |
| b.       | Anordnung und Gruppenbildung .....  | 62 |
| c.       | Information über die Verteilung der latenten exogenen Variablen .....                   | 65 |
| 1.5      | Erweiterungen des FV-Modells und verwandte Modelle .....                                | 66 |
| 1.5.1    | Multivariates FV-Modell .....   | 66 |
| a.       | Grundform .....   | 67 |
| b.       | Symmetrische Form .....   | 69 |
| c.       | Interdependentes FV-Modell und I-Modell .....   | 73 |
| d.       | MIMIC-, FVE- und FVI-Modell .....   | 75 |
| 1.5.2    | Allgemeine Modelle mit latenten Variablen .....   | 79 |
| a.       | LISREL-Modell .....   | 79 |
| b.       | Das faktoranalytische Modell (FA-Modell) .....  | 80 |
| c.       | Beispiel zum FA-Modell aus den Erziehungswissenschaften .....                           | 82 |
| 1.5.3    | Verwandtschaft zwischen FV-Modell und anderen multivariaten Mo-<br>dellen .....         | 83 |
| a.       | Dualität zwischen FV-Modell und FA-Modell .....   | 83 |
| b.       | Verwandtschaft zwischen FVE-Modell und I-Modell .....                                   | 85 |
| 1.5.4    | Dynamisches FV-Modell .....   | 87 |
| 1.5.5    | Berksons Modell .....   | 89 |
| a.       | Modellbeschreibung .....  | 89 |
| b.       | Beispiele aus der Physik und der Ökonometrie .....                                      | 90 |
| <b>2</b> | <b>Das Identifikationsproblem</b> .....   |    |
| 2.1      | Der Identifikationsbegriff im einfachen FV-Modell .....                                 | 91 |
| 2.1.1    | Die Strukturvariante des einfachen FV-Modells .....                                     | 92 |
| a.       | Modellbeschreibung .....  | 92 |
| b.       | Die Strukturvariante für Modelle mit Querschnittsdaten .....                            | 93 |
| 2.1.2    | Identifikationsbegriffe .....   | 94 |
| a.       | Identifizierbarkeit einer Modellstruktur .....  | 94 |
| b.       | Identifizierbarkeit eines Modellparameters .....  | 96 |
| c.       | $M_2$ -Identifizierbarkeit eines Modellparameters .....                                 | 97 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 2.2   | Identifikation im einfachen FV-Modell ohne Zusatzinformation . . . . .                          | 98  |
| 2.2.1 | Momentengleichungssystem für die empirischen Variablen . . . . .                                | 98  |
|       | a. Ableitung des Momentengleichungssystems . . . . .  | 99  |
|       | b. Lösbarkeit des Momentengleichungssystems . . . . .   | 99  |
| 2.2.2 | Restriktionen für die Modellparameter . . . . .   | 100 |
|       | a. Restriktionen für den Parameter $\beta$ . . . . .  | 100 |
|       | b. Restriktionen für die Fehlervarianzen . . . . .  | 102 |
| 2.3   | Identifikation im einfachen FV-Modell mit Zusatzinformation . . . . .                           | 102 |
| 2.3.1 | Informationen über die Fehlervarianzen . . . . .  | 103 |
|       | a. Kenntnis einer Fehlervarianz . . . . .   | 103 |
|       | b. Kenntnis des Quotienten zweier Fehlervarianzen . . . . .                                     | 104 |
|       | c. Kenntnis zweier Fehlervarianzen . . . . .  | 105 |
|       | d. Beispiel aus der Ökonometrie:<br>Identifikation und Schätzung von Friedmans Modell . . . . . | 105 |
| 2.3.2 | Informationen über die latenten exogenen Variablen . . . . .                                    | 108 |
|       | a. Kenntnis einer Instrumentvariablen . . . . .   | 108 |
|       | b. Anordnung und Gruppenbildung . . . . .   | 109 |
|       | c. Informationen über die Verteilung der latenten exogenen Variablen . . . . .                  | 110 |
|       | d. Identifikation mit Momenten dritter Ordnung . . . . .  | 111 |
|       | e. Beispiel aus der Ökonometrie: Identifikation von Engelkurven . . . . .                       | 114 |
| 2.4   | Identifikation und konsistente Schätzung im einfachen FV-Modell . . . . .                       | 114 |
| 2.4.1 | Das einfache FV-Modell ohne Zusatzinformation . . . . .   | 114 |
|       | a. Strukturvariante . . . . .   | 114 |
|       | b. Funktionalvariante . . . . .   | 115 |
| 2.4.2 | Das einfache FV-Modell mit Zusatzinformation . . . . .  | 116 |
| 2.5   | Identifikation im multiplen und multivariaten FV-Modell . . . . .                               | 117 |
| 2.5.1 | Multipl. FV-Modell . . . . .  | 117 |
|       | a. Momentengleichungen . . . . .  | 117 |
|       | b. Identifikation bei nichtnormalverteilten exogenen Variablen . . . . .                        | 119 |
|       | c. Parameterrestriktionen . . . . .   | 120 |
| 2.5.2 | Multivariates FV-Modell . . . . .   | 121 |

### 3 Schätzung der Modellparameter

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 3.1   | Grundlagen für die Ableitung von Schätzverfahren . . . . . | 123 |
| 3.1.1 | Statistische Grundlagen . . . . .                          | 123 |
| 3.1.2 | Schätzung im einfachen FV-Modell . . . . .                 | 126 |
|       | a. Grenzmomente . . . . .                                  | 126 |
|       | b. Momentenschätzer . . . . .                              | 130 |
| 3.1.3 | Schätzung im multiplen FV-Modell . . . . .                 | 132 |
|       | a. Grenzmomente . . . . .                                  | 132 |
|       | b. Momentenschätzer . . . . .                              | 137 |
| 3.2   | Anwendung der KQ-Methode auf das FV-Modell . . . . .       | 139 |
| 3.2.1 | KQ-Schätzung im einfachen FV-Modell . . . . .              | 139 |
|       | a. Schätzung der Regressionskoeffizienten . . . . .        | 139 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
|       | b. Schätzung der Koeffizienten der Umkehrregression . . . . .  | 142 |
|       | c. Schätzung der Fehlervarianz $\sigma_u^2$ . . . . .  | 143 |
| 3.2.2 | KQ-Schätzung im multiplen FV-Modell . . . . .  | 144 |
|       | a. Schätzung des Regressionskoeffizientenvektors . . . . .   | 145 |
|       | b. Schätzung der Fehlervarianz $\sigma_u^2$ . . . . .  | 146 |
|       | c. Der Spezialfall zweier exogener Variablen . . . . .   | 148 |
|       | d. Bereinigung von fehlerfrei gemessenen Regressoren . . . . .   | 150 |
|       | e. Beispiele aus der Ökonometrie . . . . .   | 154 |
| 3.3   | Schätzung mit Informationen über die Fehlervarianzen . . . . .   | 158 |
| 3.3.1 | Schätzung bei Kenntnis der Kovarianzmatrix $\Sigma$ der Fehler in den<br>exogenen Variablen (V-Schätzung) . . . . .                            | 158 |
|       | a. V-Schätzung im einfachen FV-Modell . . . . .  | 158 |
|       | b. V-Schätzung als ML-Schätzung . . . . .  | 161 |
|       | c. V-Schätzung im multiplen FV-Modell . . . . .  | 163 |
|       | d. Bereinigung von fehlerfrei gemessenen Regressoren . . . . .   | 166 |
|       | e. Beispiele aus der Soziologie und der Medizin . . . . .  | 167 |
|       | f. Das interdependente FV-Modell . . . . .   | 170 |
| 3.3.2 | Schätzung bei Kenntnis der Kovarianzmatrix $\Sigma_0$ aller Fehlervariab-<br>len bis auf einen Proportionalitätsfaktor (P-Schätzung) . . . . . | 171 |
|       | a. P-Schätzung im einfachen FV-Modell . . . . .  | 171 |
|       | b. P-Schätzung als ML-Schätzung; Prinzip der gewogenen klein-<br>sten Quadrate . . . . .   | 174 |
|       | c. P-Schätzung im multiplen FV-Modell . . . . .  | 178 |
|       | d. P-Schätzung im multiplen FV-Modell als ML-Schätzung . . . . .   | 182 |
|       | e. ML-Schätzung bei Heteroskedastie . . . . .  | 186 |
|       | f. Beispiele aus der Biometrie und der Geologie . . . . .  | 189 |
| 3.3.3 | Schätzung bei vollständiger Kenntnis der Kovarianzmatrix $\Sigma_0$ . . . .  | 190 |
| 3.3.4 | Verallgemeinerungen . . . . .  | 192 |
| 3.4   | Replikationen . . . . .  | 193 |
| 3.4.1 | Das FV-Modell mit Replikationen (R-Modell) . . . . .   | 194 |
|       | a. Formale Struktur des Modells . . . . .  | 194 |
|       | b. Interpretation des R-Modells und Beispiel aus der Biometrie . . . .   | 197 |
| 3.4.2 | Schätzung mit Replikationen (R-Schätzung) . . . . .  | 198 |
|       | a. R-Schätzung der systematischen Variablen und der Meßfehler-<br>varianzen . . . . .  | 198 |
|       | b. R-Schätzung der übrigen Parameter im Fall $\varepsilon \neq 0$ bei konstan-<br>ter Replikationszahl . . . . .                               | 201 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| c.    | R-Schätzung der Regressionskoeffizienten im Fall $\varepsilon \equiv 0$ bei konstanter Replikationszahl .....         | 202 |
| d.    | R-Schätzung der Regressionskoeffizienten im Fall $\varepsilon \equiv 0$ bei in Paaren anfallenden Beobachtungen ..... | 204 |
| e.    | ML-Schätzung im Fall $\varepsilon \equiv 0$ bei in Paaren anfallenden Beobachtungen .....                             | 205 |
| f.    | Beispiele aus dem Eichwesen und der Medizin .....   | 208 |
| 3.5   | Schätzung mit Instrumentvariablen .....   | 210 |
| 3.5.1 | Instrumentvariablenschätzung (IV-Schätzung) .....   | 210 |
| a.    | IV-Schätzung im einfachen FV-Modell .....   | 210 |
| b.    | IV-Schätzung im multiplen FV-Modell .....   | 213 |
| c.    | Bereinigung von fehlerfrei gemessenen Regressoren .....   | 218 |
| d.    | Erweiterung des Instrumentvariablenbegriffs .....   | 220 |
| e.    | Beispiele zur IV-Schätzung aus der Ökonometrie .....  | 221 |
| 3.5.2 | Schätzung im FVE-Modell .....   | 223 |
| a.    | Das FVE-Modell .....  | 223 |
| b.    | Der zweistufige KQ-Schätzer .....   | 226 |
| c.    | Der zweistufige KQ-Schätzer als $\hat{V}$ -Schätzer .....   | 227 |
| d.    | Der Varianzkomponentenschätzer .....  | 229 |
| e.    | Der P-Schätzer im FVE-Modell .....  | 230 |
| f.    | Anwendung von Schätzmethoden für das I-Modell auf das FVE-Modell .....  | 232 |
| g.    | ML-Schätzung im FVE-Modell .....  | 236 |
| h.    | Das R-Modell mit $\varepsilon \equiv 0$ als FVE-Modell .....  | 241 |
| i.    | Beispiele aus der Ökonometrie und der Biochemie .....   | 244 |
| 3.5.3 | Schätzung im FVI-Modell .....   | 246 |
| a.    | Das FVI-Modell .....  | 246 |
| b.    | ML-Schätzung im FVI-Modell .....  | 248 |
| c.    | Beispiele aus dem Eichwesen und der Geophysik .....   | 252 |
| 3.6   | Schätzung mit Informationen über die Größenordnung der latenten exogenen Variablen .....                              | 255 |
| 3.6.1 | Gruppierungsverfahren (G-Schätzung) .....   | 256 |
| a.    | G-Schätzung nach Wald .....   | 256 |
| b.    | Ein Beispiel aus der Ökonometrie .....  | 260 |
| c.    | G-Schätzung mit zwei Gruppen bei weitergehender A-priori-Information .....  | 260 |
| d.    | G-Schätzung mit drei Gruppen .....  | 262 |
| e.    | G-Schätzung mit beliebiger Gruppenzahl .....  | 265 |
| f.    | G-Schätzung im multiplen FV-Modell .....  | 266 |
| 3.6.2 | Schätzung bei Kenntnis der Größenrangordnung .....  | 267 |
| a.    | Das Schätzverfahren .....   | 267 |
| b.    | Ein Beispiel aus der Luft- und Raumfahrt .....  | 268 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 3.7      | Instrumentvariablenschätzung in dynamischen und interdependenten FV-Modellen       | 269 |
| 3.7.1    | IV-Schätzung in dynamischen FV-Modellen  | 269 |
|          | a. Das allgemeine Modell   | 269 |
|          | b. Das rein autoregressive Modell  | 271 |
|          | c. Das rein autoregressive Modell mit autokorrelierten Störvariablen               | 273 |
|          | d. Das autoregressive Modell mit einer nicht autokorrelierten exogenen Variablen   | 274 |
|          | e. Das autoregressive Modell mit autokorrelierten exogenen Variablen               | 280 |
| 3.7.2    | Die IV-Methode bei interdependenten FV-Modellen                                    | 283 |
|          | a. Schätzung einer Modellgleichung bei beschränkter Information                    | 284 |
|          | b. Schätzung bei voller Information  | 288 |
| 3.8      | Schätzung mit Informationen über die Verteilung der latenten exogenen Variablen    | 294 |
| 3.8.1    | Schätzung mit A-priori-Informationen über Momente dritter Ordnung (M-Schätzung)    | 295 |
|          | a. M-Schätzung bei Normalverteilung einer Fehlervariablen                          | 295 |
|          | b. M-Schätzung bei fehlender Normalverteilungsannahme                              | 296 |
|          | c. Kombination von M-Schätzern   | 296 |
| 3.8.2    | Schätzung mit A-priori-Informationen über Kumulanten höherer Ordnung (K-Schätzung) | 297 |
|          | a. Einführung des Kumulantenbegriffs   | 298 |
|          | b. K-Schätzung bei Normalverteilung beider Fehlervariablen                         | 299 |
|          | c. K-Schätzung bei fehlender Normalverteilungsannahme                              | 301 |
| 3.8.3    | Schätzverfahren ohne Momente   | 302 |
| <b>4</b> | <b>Der Schätzfehler</b>  |     |
| 4.1      | Grundlagen für die Berechnung asymptotischer Verteilungen                          | 305 |
| 4.1.1    | Grenzwertsätze für skalare Zufallsvariablen  | 305 |
| 4.1.2    | Grenzwertsätze für vektorielle Zufallsvariablen                                    | 308 |
|          | a. Weitere Varianten des Zentralen Grenzwertsatzes                                 | 308 |
|          | b. Hilfssätze  | 310 |
| 4.2      | Der asymptotische Schätzfehler   | 313 |
| 4.2.1    | Die KQ-Schätzung   | 314 |
|          | a. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell               | 314 |
|          | b. Approximative Varianz und approximativer MQF                                    | 318 |
|          | c. Multiples FV-Modell   | 321 |
| 4.2.2    | Die V-Schätzung  | 321 |
|          | a. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell               | 321 |
|          | b. Approximative Varianz, approximativer MQF und Vergleich mit der KQ-Schätzung    | 324 |
|          | c. Multiples FV-Modell   | 326 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 4.2.3 | Die P-Schätzung   | 326 |
|       | a. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell  | 326 |
|       | b. Multiples FV-Modell  | 329 |
|       | c. Der Fall vollständig bekannter Kovarianzmatrix $\Sigma_0$  | 330 |
| 4.2.4 | Die R-Schätzungen   | 331 |
|       | a. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im Falle $\varepsilon \not\equiv 0 (T \rightarrow \infty)$                                | 332 |
|       | b. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im Falle $\varepsilon \equiv 0 (T \rightarrow \infty)$                                    | 333 |
|       | c. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers bei paarweise anfallenden Beobachtungen und $\varepsilon \equiv 0 (T \rightarrow \infty)$ | 334 |
|       | d. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers bei paarweise anfallenden Beobachtungen und $\varepsilon \equiv 0 (T \rightarrow \infty)$ | 334 |
| 4.2.5 | Die IV-Schätzung  | 336 |
|       | a. Asymptotische Verteilung des Schätzfehlers im einfachen FV-Modell  | 336 |
|       | b. Multiples FV-Modell  | 339 |
|       | c. Erweiterter Instrumentvariablenbegriff   | 340 |
| 4.2.6 | Die G-Schätzungen   | 341 |
|       | a. Asymptotische Verteilung des Fehlers der G-Schätzung nach Wald   | 341 |
|       | b. Asymptotische Verteilung des Fehlers der G-Schätzung nach Nair und Bartlett  | 342 |
| 4.2.7 | Die M- und K-Schätzungen  | 342 |
|       | a. Asymptotische Verteilung des Fehlers einer allgemeinen Klasse von M- und K-Schätzungen   | 343 |
|       | b. Asymptotische Verteilung des Fehlers spezieller M- und K-Schätzungen   | 344 |
| 4.2.8 | Kombinierte Schätzungen   | 347 |
| 4.3   | Verteilungen von Schätzern bei endlichen Stichproben  | 348 |
| 4.3.1 | Grundlagen  | 349 |
|       | a. Stand der Kleine-Stichproben-Forschung   | 349 |
|       | b. Die Wishartverteilung  | 351 |
| 4.3.2 | Der KQ-Schätzer   | 353 |
|       | a. Exakte Dichtefunktion  | 353 |
|       | b. Erwartungswert   | 354 |
|       | c. MQF und Varianz  | 359 |
| 4.3.3 | Der orthogonale KQ-Schätzer   | 362 |
|       | a. Exakte Dichtefunktion  | 362 |
|       | b. Momente  | 366 |
| 4.3.4 | IV-Schätzung  | 366 |
|       | a. Einfaches FV-Modell mit einer Instrumentvariablen  | 366 |
|       | b. Einfaches FVE-Modell   | 368 |
|       | c. Multiples FVE-Modell   | 369 |



|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 4.4      | Konfidenzbereiche und Tests für das einfache FV-Modell                         | 370 |
| 4.4.1    | Approximative Konfidenzintervalle und Tests                                    | 371 |
| 4.4.2    | Exakter Konfidenzbereich und Test bei bekanntem Quotienten der Fehlervarianzen | 372 |
|          | a. Gemeinsamer Test für $\alpha$ und $\beta$                                   | 373 |
|          | b. Test für $\beta$ .  | 375 |
|          | c. Konfidenzbereich für $\beta$ .  | 376 |
| 4.4.3    | Exakter Konfidenzbereich und Test bei Kenntnis beider Fehlervarianzen          | 379 |
| 4.4.4    | Exakter Konfidenzbereich und Test im Replikationsfall                          | 380 |
| 4.4.5    | Exakter Konfidenzbereich und Test bei Kenntnis einer Instrumentvariablen       | 383 |
|          | a. Gemeinsamer Test für $\alpha$ und $\beta$                                   | 383 |
|          | b. Test für $\beta$ .  | 384 |
|          | c. Konfidenzbereich für $\beta$ .  | 386 |
|          | d. Der Spezialfall der G-Schätzung   | 390 |
| <b>5</b> | <b>Spezifikationstests und Prognose</b>  |     |
| 5.1      | Modellspezifikationstests  | 392 |
| 5.1.1    | Problemstellung  | 392 |
| 5.1.2    | Spezielle Spezifikationstests  | 393 |
|          | a. Ein Test von Wu   | 393 |
|          | b. Andere Tests  | 397 |
| 5.2      | Prognose   | 398 |
| 5.2.1    | Problemstellung  | 398 |
| 5.2.2    | Das erste Prognoseproblem  | 399 |
|          | a. Strukturvariante  | 399 |
|          | b. Funktionalvariante  | 401 |
|          | c. Ein Beispiel aus der Geophysik  | 401 |
| 5.2.3    | Das zweite Prognoseproblem   | 402 |
|          | a. Strukturvariante  | 402 |
|          | b. Funktionalvariante  | 403 |
|          | <b>Lösungen zu den Übungsaufgaben</b>  | 405 |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>  | 482 |
|          | <b>Autorenverzeichnis</b>  | 495 |
|          | <b>Sachverzeichnis</b>   | 499 |