

# TABLE DES MATIÈRES.

## C\*-ALGÈBRES.

### § 1. — Algèbres normées involutives.

	Pages.
1.1. Algèbres involutives.....	1
1.2. Algèbres normées involutives.....	4
1.3. C*-algèbres.....	6
1.4. C*-algèbres commutatives.....	9
1.5. Calcul fonctionnel dans les C*-algèbres.....	10
1.6. Éléments positifs dans les C*-algèbres.....	12
1.7. Unités approchées dans les C*-algèbres.....	15
1.8. Quotient d'une C*-algèbre.....	16
1.9. Compléments.....	18

### § 2. — Formes positives et représentations.

2.1. Formes positives.....	21
2.2. Représentations.....	26
2.3. Représentations topologiquement irréductibles.....	29
2.4. Formes positives et représentations.....	31
2.5. Formes pures et représentations irréductibles.....	35
2.6. Existence de représentations des C*-algèbres.....	39
2.7. C*-algèbre enveloppante d'une algèbre de Banach involutive.....	40
2.8. Un théorème de transitivité.....	43
2.9. Idéaux dans les C*-algèbres.....	46
2.10. Prolongement des représentations des C*-algèbres.....	50
2.11. Passage à un idéal, à une algèbre quotient.....	52
2.12. Compléments.....	55

### § 3. — Spectre d'une C\*-algèbre.

3.1. Topologie de Jacobson.....	59
3.2. Spectre d'un idéal, d'une algèbre quotient.....	61
3.3. Norme et topologie.....	63
3.4. Deuxième définition de la topologie sur le spectre.....	65
3.5. Troisième définition de la topologie sur le spectre.....	69
3.6. Représentations de dimension finie.....	73
3.7. Compléments sur les espaces $\text{Rep}_n(A)$ .....	75
3.8. Structure borélienne de Mackey.....	78
3.9. Compléments.....	79

### § 4. — C\*-algèbres liminaires.

4.1. L'algèbre des opérateurs compacts.....	82
4.2. C*-algèbres liminaires.....	86

	Pages.
4.3. C*-algèbres postliminaires.....	87
4.4. Spectre d'une C*-algèbre postliminaire.....	90
4.5. C*-algèbres à trace continue.....	92
4.6. Structure borélienne sur le spectre d'une C*-algèbre postliminaire.....	95
4.7. Compléments.....	96

### § 5. — Type d'une représentation.

5.1. Comparaison des représentations et comparaison des projecteurs.....	100
5.2. Disjonction.....	101
5.3. Quasi-équivalence.....	104
5.4. Représentations de type I.....	107
5.5. Algèbres involutives de type I.....	111
5.6. Représentations de types II et III.....	112
5.7. Compléments.....	114

### § 6. — Traces et représentations.

6.1. Traces.....	115
6.2. Bitraces.....	117
6.3. Bitraces maximales.....	119
6.4. Relations entre traces et bitraces.....	121
6.5. Somme de deux traces.....	122
6.6. Traces et représentations.....	125
6.7. Caractères et représentations factorielles traçables.....	126
6.8. Traces finies.....	129
6.9. Compléments.....	131

### § 7. — Quasi-spectre.

7.1. L'espace des représentations factorielles.....	133
7.2. Définition du quasi-spectre.....	136
7.3. Relations entre spectre et quasi-spectre.....	136
7.4. Partie finie du quasi-spectre.....	140
7.5. Compléments.....	141

### § 8. — Intégration et désintégration des représentations.

8.1. Intégration des représentations.....	142
8.2. Équivalence de deux intégrales de représentations.....	144
8.3. Désintégration des représentations.....	147
8.4. Désintégration centrale.....	148
8.5. Désintégration en représentations irréductibles.....	153
8.6. Cas des C*-algèbres postliminaires.....	154
8.7. Un intermède.....	158
8.8. Désintégration d'une forme positive et d'une trace.....	159
8.9. Compléments.....	166

### § 9. — C\*-algèbres de type I.

9.1. Énoncé du théorème. Début de la démonstration.....	168
9.2. Préliminaires sur les systèmes d'unités matricielles.....	169
9.3. Quelques lemmes.....	174
9.4. Fin de la démonstration du théorème.....	183
9.5. Compléments.....	185

§ 10. — *Champs continus de C\*-algèbres.*

	Pages.
10.1. Champs continus d'espaces de Banach.....	187
10.2. Sous-ensembles totaux.....	191
10.3. Champs continus de C*-algèbres.....	194
10.4. C*-algèbre définie par un champ continu de C*-algèbres.....	195
10.5. Champ continu de C*-algèbres défini par certaines C*-algèbres.....	198
10.6. Remarques sur les C*-algèbres élémentaires.....	202
10.7. Champ continu de C*-algèbres élémentaires défini par un champ continu d'espaces hilbertiens.....	204
10.8. Champs localement triviaux de C*-algèbres élémentaires.....	210
10.9. Application aux C*-algèbres à trace continue.....	218
10.10. Compléments.....	220

§ 11. — *Extension aux C\*-algèbres du théorème de Stone-Weierstrass.*

11.1. Cas des C*-algèbres postliminaires.....	223
11.2. Abondance des états purs dans certaines C*-algèbres.....	225
11.3. Énoncé du théorème.....	228
11.4. Quelques lemmes.....	228
11.5. Démonstration du théorème.....	233
11.6. Compléments.....	235

§ 12. — *Algèbre de von Neumann enveloppante d'une C\*-algèbre.*

12.1. Bidual d'une C*-algèbre.....	235
12.2. Décomposition polaire d'une forme linéaire.....	238
12.3. Décomposition d'une forme hermitienne en parties positive et négative..	243
12.4. Partie positive d'un idéal dans une C*-algèbre.....	245
12.5. Compléments.....	246

## APPLICATIONS AUX REPRÉSENTATIONS DES GROUPES.

§ 13. — *Représentations unitaires des groupes localement compacts.*

13.1. Définitions élémentaires relatives aux représentations.....	249
13.2. L'algèbre involutive $L^1(G)$ .....	252
13.3. Représentations de $G$ et représentations de $L^1(G)$ .....	253
13.4. Formes positives sur $L^1(G)$ et fonctions de type positif.....	255
13.5. Convergence faible et convergence compacte des fonctions continues de type positif.....	260
13.6. Fonctions de type positif pures.....	261
13.7. Mesures de type positif.....	264
13.8. Fonctions de type positif et de carré intégrable.....	267
13.9. C*-algèbre d'un groupe localement compact.....	270
13.10. Algèbre hilbertienne d'un groupe.....	271
13.11. Compléments.....	273

§ 14. — *Représentations irréductibles de carré intégrable.*

14.1. Définition des représentations de carré intégrable.....	276
14.2. Représentations de carré intégrable et sous-espaces biinvariants minimaux de $L^2(G)$ .....	277

	Pages.
14.3. Coefficients des représentations de carré intégrable.....	278
14.4. Dimension formelle et trace.....	281
14.5. Représentations intégrables.....	283
14.6. Compléments.....	283
§ 15. — <i>Représentations des groupes compacts.</i>	
15.1. Complète réductibilité.....	284
15.2. Représentations irréductibles d'un groupe compact.....	286
15.3. Caractères des groupes compacts.....	287
15.4. Représentations des groupes finis.....	291
15.5. Utilisation des sous-groupes compacts des groupes quelconques.....	293
15.6. Compléments.....	295
§ 16. — <i>Fonctions presque-périodiques.</i>	
16.1. Groupe compact associé à un groupe topologique.....	296
16.2. Fonctions presque-périodiques.....	298
16.3. Moyenne d'une fonction presque-périodique.....	300
16.4. Groupes injectables dans un groupe compact.....	301
16.5. Compléments.....	304
§ 17. — <i>Caractères d'un groupe localement compact.</i>	
17.1. Définitions.....	305
17.2. Caractère défini par une mesure, par une distribution.....	306
17.3. Caractères de type fini.....	309
17.4. Compléments.....	312
§ 18. — <i>Dual d'un groupe localement compact.</i>	
18.1. Définition du dual.....	314
18.2. Transformation de Fourier.....	316
18.3. Dual réduit.....	317
18.4. Dual réduit et représentations intégrables.....	322
18.5. Structure borélienne de Mackey.....	323
18.6. Quasi-dual.....	323
18.7. Intégration et désintégration des représentations.....	324
18.8. Mesure de Plancherel.....	327
18.9. Compléments.....	330
APPENDICE A :	
Algèbres de von Neumann.....	333
APPENDICE B :	
Résultats divers.....	353
BIBLIOGRAPHIE.....	361
INDEX DES NOTATIONS.....	377
INDEX TERMINOLOGIQUE.....	380
TABLE DES MATIÈRES.....	387