

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	5
I. Grundlagen	
§ 1 Die natürlichen Zahlen; Axiome und Schlußverfahren	9
§ 2 Teilbarkeit	11
§ 3 Primzahlen	14
§ 4 Gemeinsame Vielfache und Teiler	20
§ 5 Der Euklidische Algorithmus	24
§ 6 Anzahl und Summe der Teiler	26
§ 7 Vollkommene Zahlen und Mersennesche Primzahlen	29
§ 8 Pythagoräische Dreiecke; das Fermatproblem	34
II. Restklassen und Kongruenzen	
§ 9 Grundtatsachen	39
§ 10 Der Restklassenring	43
§ 11 Die Division von Restklassen	46
§ 12 Simultankongruenzen	53
§ 13 Siebe	59
§ 14 Die Eulersche $\varphi$ -Funktion	64
§ 15 Die Möbiussche $\mu$ -Funktion	68
§ 16 Einiges vom Kalender	70
III. Die Potenzreste	
§ 17 Die Potenzrestperiode	77
§ 18 Der kleine Fermatsche Satz	79
§ 19 Anwendung des kleinen Fermatschen Satzes auf Teilbarkeitsuntersuchungen	82
§ 20 Die Eulersche Verallgemeinerung des kleinen Fermatschen Satzes	84
§ 21 Aufbau möglichst langer Perioden	86
§ 22 Kongruenz von Polynomen	89
§ 23 Primitivwurzel; Indizesrechnung	92
§ 24 Die Potenzreste mod $p$	96
§ 25 Weitere Einzelheiten über Potenzreste mod $p$	100
§ 26 Die $p$ -ten Potenzreste mod $p^2$	103
§ 27 Die $p$ -ten Potenzreste mod $p^n$	106
§ 28 Endliche Abelsche Gruppen	111
§ 29 Die Potenzreste nach einem allgemeinen Modul	117
§ 30 Der Wilsonsche Satz	122

	Seite
IV. Das quadratische Reziprozitätsgesetz	
§ 31 Fragestellung und Vorbereitung .....	127
§ 32 Induktive Aufstellung des Gesetzes .....	128
§ 33 Vorbereitung zum Beweis des Gesetzes .....	134
§ 34 Beweis des Gesetzes (Anfang) .....	137
§ 35 Beweis des Gesetzes (Fortsetzung) .....	139
§ 36 Beweis des Gesetzes (Schluß) .....	140
§ 37 Das Legendre-Symbol .....	142
§ 38 Das Jacobi-Symbol .....	145
§ 39 Das Gaußsche Lemma .....	149
§ 40 Diskriminanten .....	151
§ 41 Anwendungen der quadratischen Reste auf Teilbarkeitsunter- suchungen .....	153
§ 42 Einiges über Quadratsummen .....	156
§ 43 Näheres über Summen von zwei Quadraten .....	159
§ 44 Anwendung auf Teilbarkeitsuntersuchungen .....	162
§ 45 Die Eulerschen numeri idonei und ähnliche Zahlen .....	165
§ 46 Einiges über Summen mehrerer Quadrate .....	167
V. Ergänzungen und Ausblicke	
§ 47 Die Pellsche Gleichung .....	169
§ 48 Ganz-algebraische Zahlen der quadratischen Zahlkörper .....	173
§ 49 Einheiten in quadratischen Zahlkörpern .....	174
§ 50 Einiges über die Faktorenerlegung in quadratischen Zahlkörpern .....	179
§ 51 Über Extremzahlen und Lösbarkeit von Gleichungen .....	181
§ 52 Primzahlverteilung in Restklassen .....	184
§ 53 Über Abweichungen in der Primzahlverteilung .....	186
§ 54 Primzahlen in Polynomen .....	189
§ 55 Primzahlen in Exponentialfolgen .....	190
§ 56 Biquadratische Reste .....	194
§ 57 Kubische Reste .....	199
§ 58 Schlußbetrachtung .....	203
Anhang	
Numerierte Liste der Primzahlen unter 2000 .....	205
Lösung der Aufgaben .....	207
Literaturverzeichnis .....	212
Bezeichnungen .....	213
Namen- und Sachverzeichnis .....	214