

Hans-Otto Georgii

# Stochastik

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie  
und Statistik

., bearbeitete Auflage



Walter de Gruyter  
Berlin • New York

# Inhalt

Vorwort

Zufall und Mathematik

Wahrscheinlichkeitstheorie	5
<b>Mathematische Beschreibung von Zufallssituationen</b>	7
1.1 Wahrscheinlichkeitsräume	7
1.2 Eigenschaften und Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen	14
1.3 Zufallsvariablen	20
Aufgaben	24
<b>Stochastische Standardmodelle</b>	27
2.1 Die Gleichverteilungen	27
2.2 Urnenmodelle mit Zurücklegen	31
2.3 Urnenmodelle ohne Zurücklegen	35
2.4 Die Poisson-Verteilungen	38
2.5 Wartezeit-Verteilungen	40
2.6 Die Normalverteilungen	45
Aufgaben	47
<b>Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit</b>	51
3.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	51
3.2 Mehrstufige Modelle	57
3.3 Unabhängigkeit	63
3.4 Existenz unabhängiger Zufallsvariablen, Produktmaße	69
3.5 Der Poisson-Prozess	75
3.6 Simulationsverfahren	79
3.7 Asymptotische Ereignisse	83
Aufgaben	86

<b>Erwartungswert und Varianz</b>	92
4.1 Der Erwartungswert . . . . .	92
4.2 Wartezeitparadox und fairer Optionspreis . . . . .	100
4.3 Varianz und Kovarianz . . . . .	107
4.4 Erzeugende Funktionen . . . . .	110
Aufgaben . . . . .	113
<b>Gesetz der großen Zahl und zentraler Grenzwertsatz</b>	118
5.1 Das Gesetz der großen Zahl . . . . .	118
5.2 Die Normalapproximation der Binomialverteilungen . . . . .	129
5.3 Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	137
5.4 Normal-oder Poisson-Approximation? . . . . .	141
Aufgaben . . . . .	143
<b>Markov-Ketten</b>	149
6.1 Die Markov-Eigenschaft . . . . .	149
6.2 Absorptionswahrscheinlichkeiten . . . . .	153
6.3 Asymptotische Stationarität . . . . .	157
6.4 Rückkehr zum Startpunkt . . . . .	168
Aufgaben . . . . .	176
<b>II Statistik</b>	185
<b>Parameterschätzung</b>	187
7.1 Der Ansatz der Statistik . . . . .	187
7.2 Die Qual der Wahl . . . . .	192
7.3 Das Maximum-Likelihood-Prinzip . . . . .	195
7.4 Erwartungstreue und quadratischer Fehler . . . . .	200
7.5 Beste Schätzer . . . . .	203
7.6 Konsistenz von Schätzern . . . . .	209
7.7 Bayes-Schätzer . . . . .	213
Aufgaben . . . . .	217
<b>Konfidenzbereiche</b>	222
8.1 Definition und Konstruktionsverfahren . . . . .	222
8.2 Konfidenzintervalle im Binomialmodell . . . . .	228
8.3 Ordnungsintervalle . . . . .	233
Aufgaben . . . . .	237

Inhalt	xi
<b>9 Rund um die Normalverteilung</b>	240
9.1 Die mehrdimensionale Normalverteilung . . . . .	240
9.2 Die $\chi^2$ -, $F$ - und $f$ -Verteilungen . . . . .	244
Aufgaben . . . . .	250
<b>10 Testen von Hypothesen</b>	253
10.1 Entscheidungsprobleme . . . . .	253
10.2 Alternativtests . . . . .	258
10.3 Beste einseitige Tests . . . . .	264
10.4 Parametertests im Gauß-Produktmodell . . . . .	267
Aufgaben . . . . .	277
<b>11 Asymptotische Tests und Rangtests</b>	282
11.1 Normalapproximation von Multinomialverteilungen . . . . .	282
11.2 Der Chiquadrat-Anpassungstest . . . . .	288
11.3 Der Chiquadrat-Test auf Unabhängigkeit . . . . .	295
11.4 Ordnungs-und Rangtests . . . . .	301
Aufgaben . . . . .	311
<b>12 Regressions-und Varianzanalyse</b>	317
12.1 Einfache lineare Regression . . . . .	317
12.2 Das lineare Modell . . . . .	321
12.3 Das lineare Gaußmodell . . . . .	325
12.4 Varianzanalyse . . . . .	331
Aufgaben . . . . .	340
Verteilungstabellen	347
Literatur	353
Symbolverzeichnis	357
Index	361